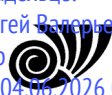


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.06.2026 09:20:17
Уникальный программный ключ:
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e8736167



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

Комплексный анализ

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
Математическое моделирование

Присваиваемая квалификация
бакалавр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

**01.03.02 Прикладная математика и информатика, Математическое моделирование,
Комплексный анализ, 2026, очная**

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.В. Дутикова

**Структура фонда оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине
соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27.09.2022 г. № 573-1 «Об
утверждении шаблонов документов».**



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	4
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	6
3.1 Виды оценочных средств.....	6
3.2 Содержание оценочных средств.....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации. 22	
4.1 Порядок проведения промежуточной аттестации.....	22
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	25
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций..	27



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 4 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Направленность (профиль): Математическое моделирование;
Дисциплина: Комплексный анализ
Семестр (семестры) изучения: 4
Форма промежуточной аттестации: зачет.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины "Комплексный анализ" направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных	Знать Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного. Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке. Уметь Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 5 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		наук для решения задач профессиональной деятельности.	точках; вычислять контурные интегралы, определённые интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории вычетов. Владеть навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.
--	--	---	--

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Комплексные числа. Множества на комплексной плоскости.	ОПК-1 Знает основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; Умеет записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
2	Числовые последовательности и ряды с комплексными членами.	ОПК-1 Знает признаки сходимости числовых рядов; Умеет исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; Владеет способностью использовать базовые знания для	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.		
3	Элементарные функции комплексного переменного.	ОПК-1 Знает вид элементарных функций комплексного переменного; Умеет находить значение функции комплексного переменного; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
4	Дифференцирование функций комплексного переменного.	ПК-2 Знает условие дифференцируемости функции в точке; Умеет использовать условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; Владеет способностью использовать полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
5	Интегрирование функций комплексного переменного.	ПК-2 Знает интегральную формулу Коши; Умеет вычислять контурные интегралы; Владеет способностью использовать полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
6	Функциональные ряды в комплексной области.	ОПК-1 Знает признаки сходимости функциональных рядов; Умеет	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»


Версия документа - 1

стр. 7 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		исследовать на сходимость и абсолютную сходимость функциональные ряды; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.		
7	Разложение функций в ряды.	ОПК-1 Знает основные разложения функций в степенные ряды; Умеет Раскладывать функции в ряд Лорана; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
8	Особые точки функций комплексного переменного.	ОПК-1 Знает классификацию особых точек; Умеет определять виды особых точек функции различными способами; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.		Устный опрос с практическим заданием (зачет)
9	Вычеты. Применение вычетов.	ПК-2 Знает основные формулы для нахождения вычета функции в точке; Умеет находить вычеты в особых точках; вычислять определённые интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций		Устный опрос с практическим заданием (зачет)

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 8 из 41	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

		действительного переменного с помощью теории вычетов. Владеет способностью использовать полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин.		
--	--	---	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

3.2 Содержание оценочных средств для текущей аттестации

Тестовые задания по дисциплине «Комплексный анализ»

Часть 1. Открытые вопросы (10 заданий)

№	Вопрос
1	Запишите комплексное число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Объясните геометрический смысл модуля и аргумента комплексного числа.
2	Сформулируйте условия Коши-Римана. Как с их помощью определить область дифференцируемости функции комплексного переменного?
3	Опишите алгоритм разложения функции в ряд Тейлора в окрестности заданной точки. Приведите примеры двух основных разложений элементарных функций.
4	В чём заключается принципиальное отличие ряда Лорана от ряда Тейлора? В каких областях комплексной плоскости применяется разложение в ряд Лорана?
5	Классифицируйте изолированные особые точки однозначного характера функции комплексного переменного. Как определить их тип с помощью коэффициентов ряда Лорана?
6	Дайте определение вычета функции в изолированной особой точке. Перечислите основные формулы для его вычисления в зависимости от типа особой точки.
7	Сформулируйте основную теорему Коши для интеграла от аналитической функции по замкнутому контуру. Каковы её следствия для вычисления интегралов?
8	Объясните, как с помощью теории вычетов вычисляются несобственные интегралы от рациональных функций действительной переменной по всей вещественной оси.
9	Опишите признаки сходимости числовых рядов с комплексными членами. В чём разница между сходимостью и абсолютной сходимостью ряда?
10	Раскройте понятие гармонической функции и её связи с аналитическими функциями. Как найти гармонически сопряженную функцию, если задана действительная часть аналитической функции?

Часть 2. Закрытые вопросы (10 заданий)

№	Вопрос и варианты ответов
---	---------------------------



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 9 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1	Чему равен модуль комплексного числа $z = 3 - 4i$?
1	а) 3; б) 4; в) 5; г) 7
1 2	Какая из функций является аналитической во всей комплексной плоскости (целой функцией)? а) $f(z) = \bar{z}$; б) $f(z) =$
1 3	Ряд Тейлора для функции $f(z)$ сходится в круге, радиус которого равен: а) расстоянию от центра разложения до ближайшей особой точки; б) расстоянию до дальней особой точки; в) модулю центра разложения; г) всегда бесконечности
1 4	Если функция имеет устранимую особую точку в z_0 , то коэффициент c_{-1} в её ряде Лорана равен: а) 1; б) 0; в) ∞ ; г) зависит от конкретной функции
1 5	Интегральная формула Коши позволяет вычислить значение аналитической функции внутри контура через: а) значения производной в центре; б) значения функции на границе контура; в) значения на произвольной кривой вне контура; г) значения в произвольной точке плоскости
1 6	Какое условие необходимо для сходимости геометрического ряда $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$? а) $ q < 1$; б) $q > 0$; в) $q \neq 1$; г) $ q \leq 1$
1 7	Точка z_0 является полюсом первого порядка функции $f(z)$, если предел $\lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) f(z)$ равен: а) 0; б) конечной ненулевой константе; в) бесконечности; г) не существует
1 8	Сумма вычетов функции, аналитической всюду, кроме конечного числа особых точек, на расширенной комплексной плоскости равна: а) 1; б) 0; в) ∞ ; г) зависит от выбора контура интегрирования
1 9	Функция $f(z) = \frac{\sin z}{z}$ в точке $z = 0$ имеет: а) устранимую особую точку; б) полюс первого порядка; в) существенно особую точку; г) регулярную точку
2 0	При вычислении интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$ с помощью теории вычетов обычно используется контур: а) квадрат; б) полуокружность в верхней полуплоскости; в) прямоугольник; г) эллипс

Часть 3. Задания на соответствие (5 заданий)

№	Задание
2 1	Установите соответствие между формой комплексного числа и её записью: 1) Алгебраическая; 2) Тригонометрическая; 3) Показательная; 4) Сопряжённое а) $z = x + iy$; б) $\bar{z} = x - iy$; в) $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$; г) $z = r e^{i\varphi}$
2	Установите соответствие между типом сходимости ряда и его характеристикой:



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
 по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 10 из 41	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	---------------	------------------------	---------------

2	1) Абсолютная; 2) Равномерная; 3) Условная; 4) Радиус сходимости а) Сходится ряд модулей; б) Ряд сходится, но ряд модулей расходится; в) Расстояние от центра до ближайшей особой точки; г) Сходимость не зависит от выбора точки в области
2 3	Установите соответствие между типом особой точки и поведением функции в её окрестности: 1) Устранимая; 2) Полюс порядка m ; 3) Существенно особая; 4) Точка ветвления а) Предел конечен; б) Предел равен бесконечности; в) Предел не существует и не равен бесконечности; г) Функция неоднозначна при обходе вокруг точки
2 4	Установите соответствие между теоремой/формулой и её применением: 1) Теорема Коши; 2) Формула Коши; 3) Теорема о вычетах; 4) Формула Муавра а) Вычисление интегралов по замкнутому контуру через суммы вычетов; б) Интеграл от аналитической функции по замкнутому контуру равен нулю; в) Возведение комплексного числа в натуральную степень; г) Восстановление значения функции по её граничным значениям
2 5	Установите соответствие между функцией и её разложением в ряд Тейлора в окрестности $z=0$: 1) e^z ; 2) $\sin z$; 3) $\cos z$; 4) $\frac{1}{1-z}$ а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$; б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$; в) $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$; г) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{(2n+1)!}$

КЛЮЧИ К ТЕСТУ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
1	Алгебраическая: $x+iy$; тригонометрическая: $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$; показательная: $r e^{i\varphi}$. Модуль r – расстояние до начала координат, аргумент φ – угол с положительной осью Ox .	1 балл: все три формы + корректное геометрическое объяснение. 0,5 балла: формы указаны, но геометрия не раскрыта или неточна. 0 баллов: формы неверны или отсутствует ответ.
2	Условия: $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$. Область дифференцируемости – точки, где условия выполнены и частные производные непрерывны.	1 балл: формулировка условий + алгоритм проверки области. 0,5 балла: только формулы без объяснения проверки. 0 баллов: условия неверны.
3	Алгоритм: проверка аналитичности, нахождение производных в точке, подстановка в формулу $f(z) = \sum \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} (z - z_0)^n$. Примеры: $e^z, \sin z, \cos z, \frac{1}{1-z}$.	1 балл: алгоритм + 2 верных примера. 0,5 балла: алгоритм без примеров или 1 пример. 0 баллов: алгоритм неверен.
4	Ряд Лорана содержит главную часть	1 балл: чёткое отличие + указание об-



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 11 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	(отрицательные степени), ряд Тейлора – только регулярную. Лоран применяется в кольцевых областях, содержащих особые точки.	ласти применения (кольцо). 0,5 балла: только отличие без области или наоборот. 0 баллов: путаница понятий.
5	Типы: устранимая ($c_{-k}=0$), полюс порядка m ($c_{-m} \neq 0, c_{-k}=0$ при $k>m$), существенно особая (бесконечно много ненулевых c_{-k}).	1 балл: классификация + критерий по коэффициентам Лорана. 0,5 балла: только названия типов или только коэффициенты. 0 баллов: неверная классификация.
6	Вычет – коэффициент c_{-1} в ряде Лорана. Формулы: предел $(z - z_0)f(z)$ для простого полюса, производная для полюса порядка m , сумма ряда для существенной.	1 балл: определение + ≥ 3 формулы вычисления. 0,5 балла: только определение или 1–2 формулы. 0 баллов: неверное определение.
7	Теорема: интеграл от аналитической функции по любому замкнутому спрямляемому контуру в области аналитичности равен 0. Следствия: независимость пути, формула Коши.	1 балл: формулировка + ≥ 2 следствия. 0,5 балла: только формулировка. 0 баллов: теорема сформулирована неверно.
8	Дополнение контура полуокружностью в верхней полуплоскости, применение леммы Жордана, вычет суммы вычетов в особых точках верхней полуплоскости.	1 балл: описание контура + лемма Жордана + алгоритм. 0,5 балла: только контур без леммы. 0 баллов: неверный метод.
9	Признаки: Даламбера, Коши (радикальный), интегральный. Абсолютная сходимость \Rightarrow сходимость, обратное неверно (условная сходимость).	1 балл: ≥ 2 признака + различие абсолютной/условной сходимости. 0,5 балла: только признаки или только различие. 0 баллов: неверные признаки.
10	Гармоническая функция удовлетворяет уравнению Лапласа. Сопряжённая находится интегрированием условий Коши-Римана с точностью до константы.	1 балл: уравнение Лапласа + метод интегрирования К-Р. 0,5 балла: только определение гармоничности. 0 баллов: неверная связь с аналитичностью.
11	в) 5	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
12	в) $f(z) = e^z$	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
13	а) расстоянию от центра разложения до ближайшей особой точки	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
14	б) 0	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
15	б) значения функции на границе контура	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
16	а) $ q < 1$	1 балл за правильный выбор. 0 баллов



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		за ошибку.
17	б) конечной ненулевой константе	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
18	б) 0	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
19	а) устранимую особую точку	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
20	б) полуокружность в верхней полу- плоскости	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
21	1–а, 2–в, 3–г, 4–б	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤1 верную пару.
22	1–а, 2–г, 3–б, 4–в	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤1 верную пару.
23	1–а, 2–б, 3–в, 4–г	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤1 верную пару.
24	1–б, 2–г, 3–а, 4–в	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤1 верную пару.
25	1–а, 2–г, 3–б, 4–в	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤1 верную пару.

Шкала перевода баллов в оценку

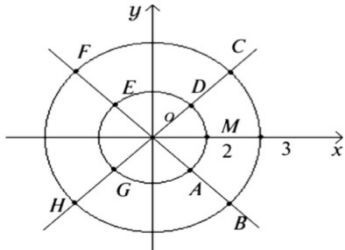
Сумма баллов	Оценка	Уровень освоения компетенций
20–25	Зачтено (Отлично/Хорошо)	Продвинутый / Базовый
15–19	Зачтено (Удовлетворительно)	Пороговый
0–14	Не зачтено	Компетенции не сформированы

Тесты.

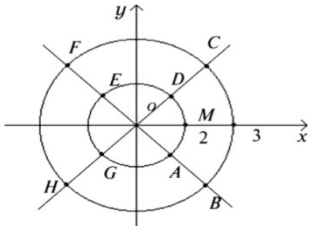
Тест по разделам 1-2

	Условие	Ответ
1	Записать в алгебраической форме $\frac{z}{i}$, если $z = \left(\frac{2-i}{1+i} \right)^3$.	$z = \frac{-13}{4} - \frac{9}{4}i$.
2	Даны комплексные числа $z_1 = i * e^{-\frac{\pi}{5}}$ и $z_2 = e^{-\frac{\pi}{5} * i}$. Какие из следующих равенств верны:	б), д).



	<p>а) $\arg(z_1 * z_2) = 0$</p> <p>б) $\ln z_1 = \arg z_2$;</p> <p>в) $\arg z_1^2 = 2 \arg z_2$;</p> <p>г) $\left \frac{z_1}{z_2} \right = 1$;</p> <p>д) $\arg z_1^2 = 5 * \arg z_2$;</p>	
3	<p>Даны комплексные числа $z_1 = 2i * e^{\frac{-\pi}{5}i}$, $z_2 = \sqrt{3} - i$.</p> <p>Найти $\left \frac{z_1}{z_2} \right$ и $\arg(z_1 * z_2)$.</p>	$1, \frac{2\pi}{15}$.
4	<p>Записать в показательной форме комплексные числа $z_1 = i^4 + i$, $z_2 = \cos \frac{\pi}{2} + i * \sin \frac{\pi}{3}$.</p>	$z_1 = \sqrt{2} * e^{\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right)i}$ $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} * e^{\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)i}$
5	<p>Найти $z_1 * z_2$ и $\arg \frac{z_1}{z_2}$, если $z_1 = 2i * e^{\frac{-\pi}{5}i}$, $z_2 = \sqrt{3} - i$.</p>	$\left(4, -\frac{2\pi}{15}\right)$.
6	<p>Найти модуль и аргумент комплексного числа $(1 + i)^5 (\sqrt{3} - i)^3$.</p>	$\left(2^5 \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$.
7	<p>Сколько корней уравнения $z^8 + 1 = 0$ расположены в верхней полуплоскости? Выпишите эти корни.</p>	<p>Четыре корня;</p> $z_1 = e^{\frac{i\pi}{8}}$ $z_2 = i z_1,$ $z_3 = i z_1,$ $z_4 = -z_1.$
8	<p>Описать в виде соотношений множество точек, принадлежащих:</p> <p>а) дуге DE; б) отрезку GH на рисунке</p>  <p>Рис. 1.17</p>	<p>а) $\begin{cases} z = 2, \\ \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{4}; \end{cases}$</p> <p>б) $\begin{cases} 2 < z < 3, \\ \arg z = \frac{-3\pi}{4}. \end{cases}$</p>
9	<p>Какие из множеств, изображённых на рисунке, описываются одним из следующих соотношений:</p>	<p>а) правое полукольцо;</p> <p>б) нижнее полукольцо;</p>



	<p>а) $\begin{cases} 2 < z < 3, \\ arg z < \frac{\pi}{2}; \end{cases}$</p> <p>б) $\begin{cases} 2 < z < 3, \\ -\pi < arg z < 0. \end{cases}$</p>  <p style="text-align: center;">Рис. 1.17</p>	
10	<p>Записать в виде неравенств множество точек, принадлежащих кольцу с центром в точке $(-1; 2)$, границы которого касаются осей координат.</p>	$1 < z + 1 - 2i < 2.$
11	<p>Каким из следующих неравенств описывается множество точек правой полуплоскости: а) $arg z < \frac{\pi}{2}$;</p> <p>б) $arg z < \frac{\pi}{2}$;</p> <p>в) $\Re z > 0$;</p> <p>г) $\Im z > 0$;</p> <p>д) $0 < arg z < \frac{\pi}{2}$;</p> <p>е) $0 < arg z < \pi$.</p>	<p>а) и в).</p>
12	<p>Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} * e^{i \frac{\pi}{4}}$.</p>	<p>0.</p>
13	<p>Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{n} + i \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right)$.</p>	<p>$1 + ie$.</p>
14	<p>Какие из следующих утверждений справедливы для последовательности $z_n = (-1)^n + \frac{i * 2 - n}{2 + n}$:</p> <p>а) ограничена;</p> <p>б) сходится;</p> <p>в) $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 1 - i$;</p> <p>г) не ограничена;</p>	<p>а), е).</p>



	<p>д) $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 1 + i$;</p> <p>е) расходится;</p> <p>ж) бесконечно большая.</p>	
15	<p>Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 5^n i}{10^n}$ укажите все верные утверждения:</p> <p>а) ряд сходится, так как сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \Re z_n$;</p> <p>б) ряд сходится, так как сходятся ряды $\sum_{n=1}^{\infty} \Re z_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \Im z_n$;</p> <p>в) ряд сходится абсолютно;</p> <p>г) сумма ряда равна $\frac{5}{4} - 2i$;</p> <p>д) сумма ряда равна $\frac{1}{4} - i$.</p>	в), д).

Тест по разделам 3, 4, 5

	Условие	Ответ
1	Найти $f(2i)$, если $f(z) = \sqrt[3]{i - z}$ и $f(0) = -i$.	$f(2i) = e^{-i\frac{5}{6}} = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right)$
2	Найти $f(-i)$, если $f(z) = \sqrt{\frac{z-1}{z+1}}$ и $f(-2) = -\sqrt{3}$.	$f(-i) = \frac{-\sqrt{2}}{2}(1-i)$
3	Найти $\Im f(z_0)$: а) $f(z) = e^z, z_0 = 3 - 2i$; б) $f(z) = \cos z, z_0 = 1 - i$.	а) $-e^3 \sin 2$; б) $\sin 1 * \operatorname{sh} 1$;
4	Найти $\arg f(z_0)$: а) $f(z) = 3^z, z_0 = 1 + i$; б) $f(z) = e^z, z_0 = 2 - i$.	а) $\ln 3$; б) -1 ;
5	Сколько корней имеет уравнение $e^z + 1 = 0$: а) в правой полуплоскости; б) в левой полуплоскости?	а), б) ни одного. Все корни расположены на мнимой оси.
6	Найти $\Re z$, где z – корень уравнения $\cos iz = i$.	$\Re z = \ln(\sqrt{2} \pm 1)$.
7	Где расположены корни уравнения $\cos iz = i$: а) на оси Ox ; б) на оси Oy ; в) на прямой, параллельной оси Ox ; г) на прямой, параллельной оси Oy ;	е).



	д) на двух прямых, параллельных оси Ox ; е) на двух прямых, параллельных оси Oy .	
8	Какие из следующих равенств верны для числа z , удовлетворяющего уравнению $\ln z = -3 + 4i$: а) $ z =5$; б) $\arg z = \operatorname{arctg}\left(\frac{-4}{3}\right)$; в) $ z <1$; г) $\Re z < 0$; д) $\Im z > 0$; е) $\arg z = 4$.	в), г), е).
9	Найти область, где функция $f(z) = x^2 - y^2 + 2i xy $ является аналитической, и записать её как функцию z .	$k\pi < \arg z < \frac{\pi}{4} + k\pi, k = 0, -1$; $f(z) = z^2$; $\frac{\pi}{2} + k\pi < \arg z < \frac{3\pi}{4} + k\pi, k = 0, -1$; $f(z) = -z^2$;
10	Найти гармоническую функцию, сопряженную с заданной: а) $f(x, y) = x^2 - y^2 + \frac{y}{x^2 + y^2}$; б) $f(x, y) = e^{-y}(y * \sin x - x * \cos x)$.	а) $\pm \left(2xy + \frac{x}{x^2 + y^2} \right) + C$; б) $\pm e^{-y}(y * \cos x + x * \sin x) + C$.
11	Найти аналитическую функцию $f(z)$, если а) $\Im f(z) = x^2 - y^2 + \frac{y}{x^2 + y^2}, f(1-i) = \frac{3-i}{2}$; б) $\Re f(z) = e^{-y}(y * \sin x - x * \cos x), f(0) = 0$.	а) $f(z) = iz^2 - \frac{i}{z}$; б) $f(z) = -ze^{iz}$.
12	Найти область однолистной функции Жуковского: $w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.	$ z < 1, z > 1$
13	Найти образ полосы D при отображении $w = e^z$: а) $D: \begin{cases} -\infty < \Re z < \infty \\ 0 < \Im z < \pi \end{cases}$ б) $D: \begin{cases} -\infty < \Re z < 0 \\ 0 < \Im z < \pi \end{cases}$	а) $\Im z > 0$ б) $\begin{cases} w < 1 \\ \Im w > 0 \end{cases}$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 17 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

14	Отобразить на верхнюю полуплоскость область D – верхнюю полуплоскость с разрезами по лучам $[0, i]$ и i .	$w = \sqrt{\frac{z^2 + 4}{z^2 + 1}}$;
15	Отобразить на верхнюю полуплоскость область $\begin{cases} z-1 > 1 \\ z-2 < 2 \end{cases}$.	$w = e^{\frac{-4\pi i}{z}}$
16	Отобразить область $\frac{\pi}{2} < \arg z < \pi$ на область $0 < \arg w < \frac{\pi}{4}$.	$w = \sqrt{z} e^{-i\frac{\pi}{4}}$
17	Отобразить на правую полуплоскость область $0 < \arg(z-1-i) < \frac{\pi}{2}$.	$w = -i(z-1-i)^2$
18	Отобразить область $ z+2i < 2$ на область $ w-2i > 2$ так, чтобы точки 0 и $-2i$ остались неподвижными. Найти образ окружности $ z =3$ при полученном отображении.	$w = \frac{iz}{z+3i}$, $\Im w = \frac{1}{2}$
19	При отображении, полученном в задаче 18, найти: а) прообраз прямой $\Re w = \Im w$; б) прообраз окружности $ w =1$.	а) $\left z - \frac{3}{2}(1-i) \right = \frac{3}{\sqrt{2}}$ б) $\Im z = \frac{-3}{2}$
20	Отобразить область $\Im z + \Re z < 0$ на область $ w-3i > 2$ при условиях $f(-1) = \infty$, $\arg w'(-2) = \frac{\pi}{4}$. Найти образ прямой $\Re z - \Im z = 0$ при полученном отображении.	$w = \frac{z(2+3i)+i}{z+1}$, $ w-2-i =2$
21	Отобразить область $\Im z + \Re z > 1$ на область $ w-(1+i) < 1$ при условии $w(1+i) = 1+i$, $\arg w'(1+i) = \frac{\pi}{4}$. Найти образ точки, сопряженной точке $w=2i$ относительно границы.	$w = \frac{z(1+2i)+1-i}{z-2i}$;
22	Найти функцию, отображающую квадрат с вершинами в точках $A(3+3i)$, $B(3-3i)$, $C(-3-3i)$, $D(-3+3i)$ на квадрат с	$\frac{1}{3\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}} z - (1+i)$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
 по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 18 из 41	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	---------------	------------------------	---------------

	вершинами $A_1(-1), B_1(-i), C_1(-1-2i), D_1(-2-i)$.	
23	Найти $\Re z$, где z удовлетворяет уравнению $ch iz = i$.	$\Re z = \frac{\pi}{2} + k\pi$
24	Решить уравнение $\sin z = \frac{\pi}{2}$.	$z = \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) \pm \ln\left(\frac{\pi + \sqrt{\pi^2 - 4}}{2}\right)$, $k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

Тест по разделам 6, 7

	Условие	Ответ
1	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{z-2i}\right)^n$.	$\Im z < 1$
2	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z^{2n}}{n^2 * 2^n}\right)$.	$ z < \sqrt{2}$
3	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2z}{z-3}\right)^n$.	$ z+1 < 2$
4	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z(n-z)}{n+1}\right)^n$.	$ z < 1$
5	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{3+i}}{z+1-i}\right)^n$.	$ z+1-i > 2$
6	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n * e^{i(n+z)}$.	Всюду расходится.
7	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+iz}}{2^{n-1}}$.	Сходится всюду.
8	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (z+1)^n}{n+1} + \frac{n}{2^n (z+1)^n}$.	Всюду расходится.
9	Найти область сходимости ряда	$ \Re z > \Im z \vee i$



	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nz}}{n^2}$	
1 0	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n^2}}{(n+1)^{n^2}} z^n$	$R=e$
1 1	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} z^{n!}$	$R=1$
1 2	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} z^n * \sin i$	$R=\frac{1}{e}$
1 3	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n$	$R=e$
1 4	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n * (z+2i)^n$	$S=\frac{z+2i}{(1-2i-z)^2}$
1 5	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{z^n}$	$S=\frac{z^2+z}{(z-1)^3}$
1 6	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(z^n + \frac{1}{2^n z^{n+1}} \right)$	$S=\frac{1}{(z-1)(1-2z)}$
1 7	Допускает ли функция $f(z)=\sqrt{\frac{z}{z+1}}$ разложение в ряд по степеням а) z ; б) $z-1$; В случае положительного ответа записать три ненулевых члена разложения.	а) не допускает, так как $z=0$ – точка ветвления; б) в плоскости с разрезом по лучу i возможно разложение каж- дой из двух ветвей.
1 8	Разложить в ряд Тейлора по сте- пеням z ветвь функции $f(z)$, для которой $f(0)=0$: а) $f(z)=\arcsin z$; б) $f(z)=\arctg z$. Указать радиусы сходимости ряд- дов.	а) $f(z)=z+\frac{1}{2*3}z^3+\frac{1*3}{2^2*2!5}z^5+\frac{1*3*5}{2^3*3!7}z^7+\dots, R=1$; б) $f(z)=z-\frac{z^3}{3}+\frac{z^5}{5}-\frac{z^7}{7}+\dots$ $R=1$




1 9	Возможно ли разложение функции $f(z) = \sqrt{\frac{z}{(z-1)(z-2)}}$ в ряд Лорана в окрестности $z = \infty$?	Нет. $z = \infty$ - точка ветвления
2 0	Исследовать возможность разложения функции $f(z) = \sqrt{1 + \sqrt{z}}$ в ряд в окрестности z_0 .	В случае $z_0 = 0$ и $z_0 = \infty$ разложения невозможны. Для $z_0 \neq 0$ и $z_0 \neq \infty$ возможны.
2 1	Исследовать возможность разложения функции $f(z) = \ln \frac{z-1}{z+i}$ в ряд в окрестности z_0 .	В окрестности любой точки $z_0, z_0 \neq 0, z_0 \neq 1, z_0 \neq -i$ возможно разложение – в ряд Тейлора и ряд Лорана для $z_0 = \infty$ Запишите разложение в окрестности $z_0 = 0$ и $z_0 = \infty$.
2 2	Найти нули функции $P(z) = z^4 - 2z^3 + 5z^2 - 8z + 4$ и определить их порядок.	$z = \pm 2i$ – простые нули, $z = 1$ – нуль второго порядка
2 3	Определить порядок нуля $z_0 = 0$ для функций: а) $f(z) = (e^z - 1)^2 - \sin^2 z$; б) $(e^{z^2} - 1)^2 + (\cos z - 1)^2$; в) $(e^{z^2} - 1)^2 - 4(1 - \cos z)^2$.	а) нуль третьего порядка; б) нуль четвёртого порядка; в) нуль шестого порядка.
2 4	Найти все нули функции и определить их порядок: а) $f(z) = \frac{\sin^2 z}{z(z-\pi)^2}$; б) $P(z) = (z^4 + 2z^2 + 1)(z^2 - 2z + 2)$.	а) $z = 0$ – простой нуль; $z = \pi k, k \neq 0, k \neq 1$ – нули второго порядка; $z = \pi$ не является нулём функции; б) $z = \pm i$ – нули второго порядка, $z = 1 \pm i$ – простые нули.
2 5	Записать разложение функции из задачи 24 в окрестности нуля второго порядка этой функции.	$z^4 - 2z^3 + 5z^2 - 8z + 4 = i$ $5(z-1)^2 + 2(z-1)^3 + (z-1)^4$
2 6	Определить порядок нуля $z = 0$ функции $f(z) = \sin^2 z * (e^{z^2} - 1)^3$. Разложить функцию по степеням z . С помощью полученного разложения найти значения производных $f^{(7)}(0), f^{(8)}(0), f^{(9)}(0)$.	$z = 0$. Нуль восьмого порядка, поэтому $f^{(7)}(0) = 0$, $f^{(8)}(0) = 8!$, $f^{(9)}(0) = 0$.



2 7	Разложить $f(z) = \sin z + \frac{1}{z}$ в окрестности $z_0 = \pi$.	в $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-\pi)^{2n-1}}{(2n-1)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-\pi)^n}{\pi^{n+1}},$ $ z-\pi < \pi$
2 9	Разложить $f(z) = \frac{1}{z} + \frac{z^2-2}{(z+1)^2}$ в ряд: а) в окрестности $z_0 = -1$; б) в кольце $-1 < z-1 < 2$.	в а) $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} -(z+1)^n - \frac{2}{z+1} - \frac{1}{(z+1)^2},$ $0 < z-1 < 1$. б) $f(z) = \frac{-1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+5)}{2^{n+2}} (z-1)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(z-1)^n},$ $1 < z-1 < 2$.
3 1	Разложить $f(z) = z - \frac{2}{z} + \frac{3}{(z-1)^2}$ в ряд: а) в окрестности $z_0 = 1$; б) в кольце $1 < z+1 < 2$.	а) $f(z) = -1 + 3(z-1) - 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-1)^n}{(z-1)^2},$ $0 < z-1 < 1$ б) $f(z) = \frac{-1}{4} + \frac{7}{4}(z+1) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3(n+1)}{2^{n+2}} (z+1)^n - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(z+1)^n},$ $1 < z+1 < 2$
3 2	Разложить $f(z) = \frac{z^4}{z^2-1}$ в окрестности: а) $z_0 = 0$; б) $z_0 = \infty$.	в а) $f(z) = - \sum_{n=0}^{\infty} z^{2n+4}, z < 1$ б) $f(z) = z^2 + 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{z^{2n}}, z > 1$
3 3	Разложить в ряд: а) $f(z) = \sin z$ по степеням $(z-1)$; б) $f(z) = \sin(z-1)$ по степеням z ;	а) $f(z) = \cos 1 * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (z-1)^{2n-1}}{(2n-1)!} + \sin 1 * \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-1)^{2n}}{(2n)!}$ б) $f(z) = \cos 1 * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^{2n-1}}{(2n-1)!} - \sin 1 * \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$

3.3. Критерии оценивания по видам оценочных средств

Критерии оценивания теста

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 22 из 41	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Оценка	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (максимум – 100)	Менее 60	60-75	76-95	96-100
Оценка	Не зачтено	Зачтено		
Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (максимум – 100)	Менее 60	60-100		

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1 Порядок проведения и содержание оценочных средств для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета в два этапа.

На первом этапе студент решает две задачи и отвечает письменно на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к зачету и типовыми практическими заданиями, билетами к зачёту.



Перечень вопросов к зачёту:

1. Комплексные числа в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Формула Эйлера.
2. Действия с комплексными числами. Формула Муавра.
3. Множества на комплексной плоскости.
4. Числовые последовательности с комплексными членами.
5. Числовые ряды с комплексными членами. Признаки сходимости.
6. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
7. Элементарные функции комплексного переменного: показательная функция, тригонометрические и гиперболические функции.
8. Элементарные функции комплексного переменного: логарифмическая функция, обратные тригонометрические и гиперболические функции.
9. Дифференцирование функции комплексного переменного. Свойства дифференцируемых функций.
10. Правила дифференцирования. Условия Коши-Римана.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
12. Аналитические функции.
13. Функциональные ряды.
14. Степенные ряды.
15. Ряд Тейлора. Основные разложения.
16. Ряд Лорана.
17. Классификация особых точек.
18. Основные теоремы интегрального исчисления. Теорема Коши для простого контура.
19. Теорема Коши для сложного контура.
20. Интегральная формула Коши.
21. Вычеты.
22. Логарифмический вычет.
23. Интегралы по замкнутому кругу от функций комплексного переменного.
24. Интегралы от функций действительного переменного (с помощью теории вычетов).

Перечень практических заданий к зачёту:

	Условие	Ответ
1.	Записать числа $z_1=1$, $z_2=-1$, $z_3=i$, $z_4=-i$ в тригонометрической форме.	$1 = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi$ $-1 = \cos(\pi + 2k\pi) + i \sin(\pi + 2k\pi)$ $i = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$ $-i = \cos\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right), k = 0, \pm 1, \dots$
2.	Записать числа $z_1=1$, $z_2=-1$, $z_3=i$, $z_4=-i$ в показательной форме.	$1 = e^{2k\pi i}$ $-1 = e^{(\pi + 2k\pi) i}$ $i = e^{\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) i}$



		$-i = e^{\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right)i}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
3. Найти модуль и аргумент числа $z = -2i \left(\cos \frac{4\pi}{7} - i \sin \frac{4\pi}{7} \right)$	$ z = 2$ $Arg z = \frac{-15\pi}{14}$ $arg z = \frac{13\pi}{14}$	
4. Найти модуль и аргумент числа $z = (1+i)(\sqrt{3}-i)$	$ z = 2\sqrt{2}$ $arg z = \frac{\pi}{12}$	
5. Записать в тригонометрической форме число $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$	$\frac{1+i}{\sqrt{3}-i} = \sqrt{2}i$	
6. Записать в тригонометрической форме число $(1+i)^5$	$(1+i)^5 = 2^2 \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{-3\pi}{4} + 2k\pi \right) + i \sin \left(\frac{-3\pi}{4} + 2k\pi \right) \right), k = 0, \pm 1, \pm 2,$	
7. Решить уравнение $z^6 - 1 = 0$	$z_1 = 1; z_2 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_3 = \frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_4 = -1; z_5 = \frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_6 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$	
8. Решить уравнение $z^3 - i = 0$	$z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}; z_2 = \frac{-\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}; z_3 = -i$	
9. Найти корень уравнения $z^4 - 1 + i = 0$, для которого $Re z < 0$, $Im z > 0$	$z_3 = \sqrt[8]{2} * e^{\frac{15\pi}{16}i}$	
10. Записать в комплексной форме уравнение: а) дуги окружности единичного радиуса с центром в начале координат, расположенной в первой четверти; б) биссектрисы первого координатного угла; в) отрезка ОА биссектрисы первого координатного угла, где А(1,1).	а) $z \bar{z} - 1 = 0, \Re z \geq 0, \Im z \geq 0$ б) $z - \bar{z}i = 0, \Re z \geq 0$ в) $\begin{cases} arg z = \frac{\pi}{4} \\ z \leq 1 \end{cases}$	



11. Определить вид кривой, заданной соотношением $ z-2 = z+2i $.	$y = -x$
12. Определить вид кривой, заданной соотношением $ z+2 = z-5 $.	$x = 1$
13. Определить вид кривой, заданной уравнением $\operatorname{Im} \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$.	<i>Это уравнение окружности радиуса $R = 1$ с центром в точке $C(0, -1)$</i>
14. Определить вид кривой, заданной уравнением $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = 1$.	<i>Это уравнение окружности радиуса $R = \frac{1}{2}$ с центром в точке $C\left(\frac{1}{2}, 0\right)$</i>
15. Определить вид множества точек z , удовлетворяющих неравенству $\left \frac{z+2}{z+4}\right < 1$.	Правая полуплоскость, $\Re z > -3$
16. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+3ni}{i-n}$.	$\lim_{n \rightarrow \infty} 2+3i \frac{i}{i-n} = -3i$
17. Найти предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{n} + i \frac{2n+1}{n} \right)$.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{n} + i \frac{2n+1}{n} \right) = 1+2i$
18. Найти предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(ni \sin \frac{2}{n} + \left(\frac{1+i}{n} \right)^2 \right)$.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(i \sin \frac{2}{n} + \left(\frac{1+i}{n} \right)^2 \right) = 2i$
19. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i}{2} \right)^n$.	Ряд сходится абсолютно



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 26 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

20	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3^n} + i \frac{1}{2^n} \right)$	Ряд сходится
21	Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2i)^n}{n!}$ сходится абсолютно.	Доказательство с помощью обобщенного признака Даламбера.
22	Найти образы координатных осей при отображении $w = \frac{1}{z}$	Образом действительной оси является действительная ось, образом мнимой оси - мнимая ось.
23	Найти образы координатных осей при отображении $w = 2iz$	Образом действительной оси является мнимая ось, образом мнимой оси - действительная ось.
24	Найти $\Re f(z), \Im f(z)$, если $f(z) = e^{z^2}$	$\Re f(z) = e^{x^2-y^2} \cos 2xy, \Im f(z) = e^{x^2-y^2} \sin 2xy$
25	Найти $\Re f(z), \Im f(z)$, если $f(z) = \sin z$	$\Re f(z) = \sin x \operatorname{ch} y, \Im f(z) = \operatorname{sh} y \cos x$
26	Найти модуль и аргумент числа $f(i)$, если $f(z) = \operatorname{tg} z$	$ f(z) = \frac{e^2 - 1}{e^2 + 1}, \operatorname{arg} f(z) = \frac{\pi}{2}$
27	Решить уравнение $e^z - 2 = 0$	$z_0 = \ln 2$
28	Решить уравнение $e^z + 2i = 0$	$z_0 = \ln 2 + i\pi$ и $z_0^i = \ln 2 - i \frac{\pi}{2}$
29	Найти модуль и аргумент производной $f'(z)$ в точке z_0 , если	$ f'(z) = 3, \operatorname{arg} f'(z) = 0$



	$f(z) = \frac{z-4i}{z+2i}$, $z_0 = 1-i$.	
30	Исследовать на дифференцируемость функцию $f(z) = z$.	Функция не дифференцируема всюду.
31	Исследовать на дифференцируемость функцию $f(z) = e^z$.	Функция дифференцируема всюду.
32	Записать условие Коши-Римана в полярных координатах.	$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} * \partial v \\ \frac{\partial u}{\partial \varphi} = -r * \partial v \end{cases}$
33	Найти коэффициент растяжения и угол поворота в точке $z = 2i$ при отображении $w = \frac{z+1}{z+i}$.	$k = \frac{1}{9} \sqrt{2}, \text{ угол} = \frac{-\pi}{4}$
34	Доказать аналитичность функции $\sin z$ во всей комплексной плоскости.	Доказательство с помощью условий Коши-Римана.
35	Найти аналитическую функцию $f(z) = u + iv$ по заданной её действительной части $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y$.	$v(x, y) = 3x^2y - 2x + (-y^3 + c)$
36	Найти образ окружности $x^2 + y^2 - 2x = 0$ при отображении	Образом будет прямая, $\Re w = 1$.



	$w = \frac{2}{z} \cdot$	
37	Вычислить $\int_L z z dz$, где L — верхняя полуокружность $ z =1$, обход кривой L против часовой стрелки.	$\int_l z \dot{z} dz = i\pi$
38	Вычислить $\oint_C \frac{dz}{(z-a)^n}$, где C — окружность $ z-a =R$.	0 при $n \neq 1, 2\pi i$ при $n = 1$
39	Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если C : $ z-2-i =2$.	0
40	Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если C : $ z+2i =1$.	0
41	Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если C : $ z =2$.	0
42	Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если C : $ z+1+i =2$.	0
43	Вычислить	$\frac{-\pi \operatorname{sh} 1}{16}$



$\oint_C \frac{\sin z}{z^3+16z} dz$, если $C: z+4i =2$.	
44 Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3+16z} dz$, если $C: z-1+3i =2$.	$-\frac{\pi \operatorname{sh} 1}{16}$
45 Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z+i =1$.	0
46 Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z+2+i =2$.	$\frac{2\pi e^{-2}}{25}(4+3i)$
47 Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z-i =2$.	$\frac{2\pi i(1+i)}{(2+i)^2} e^i$
48 Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z+2-i =3$.	$\frac{2\pi i}{(2+i)^2} (e^{-2} + e^i(1+i))$
49 Разложить по степеням функции $\operatorname{ch} 3z$.	$\operatorname{ch} 3z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{9^n z^{2n}}{(2n)!}$
50 Разложить по степеням функции e^{z+2} .	$e^{z+2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} z^n$



51	Разложить по степеням функцию $\sin^2 z$.	$\sin^2 z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n} (-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$
52	Разложить по степеням функцию $\ln(3+z)$.	$\ln(3+z) = \ln 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 3^n} z^n, \text{ при условии } \left \frac{z}{3} \right < 1$
53	Разложить по степеням (z-2) функцию $\ln(1+z)$.	$\ln(1+z) = \ln 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 3^n} (z-2)^n, z-2 < 3$
54	Разложить по степеням (z-2) функцию $\sin z$	$\sin z = \sin 2 * \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2)^{2n}}{(2n)!} + \cos 2 * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (z-2)^{2n-1}}{(2n-1)!}$
55	Разложить по степеням (z-2) функцию e^z .	$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (z-2)^n$
56	Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{1}{1-az}$.	$\frac{1}{1-az} = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^n, z < \frac{1}{ a }$
57	Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{1}{a-z}$.	$\frac{1}{a-z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{a^{n+1}}, z < a $
58	Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2}$.	$\frac{1}{(1-z)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) z^n, z < 1$
59	Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{2z-1}{z+2}$.	$\frac{2z-1}{z+2} = 5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^n}{2^{n+1}} - \frac{1}{2}, z < 2$
60	Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{z^2-z+3}{z+2}$.	$\frac{z^2-z+3}{z+2} = \frac{3}{2} - \frac{5}{4} z + 9 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} z^n, z < 2$



61. Функцию $\frac{z+2}{z^2-2z-3}$ разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z_0=0$.	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4} \left((-1)^{n+1} - \frac{5}{3^{n+1}} \right) * z^n, z < 1$
62. Функцию $\frac{z+2}{z^2-2z-3}$ разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z_0=1$.	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+3}} \left((-1)^{n+1} - 5 \right) * (z-1)^n$
63. Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{2}{z^2-2z+2}$.	$\frac{2}{z^2-2z+2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(1-i)^{n+1}} + \frac{1}{(1+i)^{n+1}} \right) z^n, z < \sqrt{2}$
64. Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{z+1}{(z-1)^2(z+2)}$.	$\frac{z+1}{(z-1)^2(z+2)} = \frac{1}{9} \sum_{n=0}^{\infty} \left(6n+5 + \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n+1}} \right) z^n, z < 1$
65. Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{4}{4+z^2}$.	$\frac{4}{4+z^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{4^n}, \left \frac{z^2}{4} \right < 1$
66. Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{z}{z^2-i}$.	$\frac{z}{z^2-i} = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{i^{n+1}}, z < 1$
67. Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в ряд Лорана по степеням z^{-1} .	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 5 * 3^{n-1}}{4} * \frac{1}{z^n}, z > 3$



68 Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в ряд Лорана по степеням $(z-2)$.	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{(-1)^n * 3^{n-1}}{4} + \frac{5}{4}\right) * 1}{(z-2)^n},$ $ z-2 > 3$
69 Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в ряд Лорана по степеням $(z-1)$.	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{(-1)^n}{4} + 5 * 2^{n-3}\right) * 1}{(z-1)^n}, z-1 > 2$
70 Записать разложения функции $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)}$ в окрестностях особых точек.	$\frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)} = \frac{-5}{z+1} + \frac{-1}{(z+1)^2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5(z+1)^n}{4^{n+3}}, 0 < z+1 < 4$ $\frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)} = \frac{5}{z-3} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+6)}{4^{n+3}}(z-3)^n, 0 < z-3 < 4$
71 Записать разложения функции $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в окрестностях особых точек.	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \frac{-1}{z+1} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5(z+1)^n}{4^{n+2}}, 0 < z+1 < 4$ $\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \frac{5}{z-3} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4^{n+2}}(z-3)^n,$ $0 < z-3 < 4$
72 Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{1-\cos z}{z^2}$.	$\frac{1-\cos z}{z^2} = \frac{1}{2} - \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} - \dots$
73 Разложить по степеням функцию $f(z) = \frac{\sin z}{z}$.	$\frac{\sin z}{z} = 1 - \frac{z^2}{3!} + \frac{z^4}{5!} - \dots$
74 Исследовать поведение и вид ряда Лорана в	Особенностью ряда для функции $\frac{\sin z}{z}$ является отсутствие главной части в



<p>окрестности особой точки $z=0$ функции</p> $f(z) = \frac{\sin z}{z} .$	<p>разложении её в окрестности точки $z=0$ – особой точки этой функции</p> <p>Особенностью поведения функции в этой точке – существование конечного предела, равного 1.</p>
<p>75. Исследовать поведение и вид ряда Лорана в окрестности особой точки $z=0$ функции</p> $f(z) = e^{\frac{1}{z}} .$	<p>Разложение функции $e^{\frac{1}{z}}$ в окрестности точки $z=0$ содержит бесконечное множество членов главной части. Пределы этих функций в точке $z=0$ не существуют.</p>
<p>76. Определить тип особой точки $z=0$ для функции $f(z) = \frac{\sin z}{z} .$</p>	<p>Устранимая особая точка функции $\frac{\sin z}{z}$</p>
<p>77. Определить тип особой точки $z=0$ для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z}} .$</p>	<p>Существенная особая точка для функции $e^{\frac{1}{z}}$</p>
<p>78. Определить тип особой точки $z=0$ для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z^2}} .$</p>	<p>Существенная особая точка для функции $e^{\frac{1}{z^2}}$</p>
<p>79. Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{\sin z}{z^4 + 1}$ и определить их вид.</p>	$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i), z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i), z_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1-i), z_4 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$ <p>Все точки изолированные и являются полюсами</p>
<p>80. Определить тип особых точек функции $f(z) = \frac{z+2}{z^2 - 2z - 3} .$</p>	<p>$z = -1$ – полюс первого порядка. $z = 3$ – полюс первого порядка. $z = \infty$ - устранимая особая точка функции.</p>
<p>81. Определить тип особых точек функции $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)} .$</p>	<p>$z = 3$ – полюс первого порядка. $z = -1$ – полюс второго порядка. $z = \infty$ - устранимая особая точка функции.</p>



82	Исследовать точку $z = \infty$ для функции $f(z) = \frac{1}{z^2(z-2)}$.	$z = \infty$ - нуль третьего порядка.
83	Исследовать точку $z = \infty$ для функции $f(z) = \frac{z^2+1}{3z^2-2}$.	$z = \infty$ - устранимая особая точка функции.
84	Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z^2-4z+3}{(z-1)^3(z+2)^2}$ и определить их вид.	Особые точки: $z_1 = 1, z_2 = -2$. $z_1 = 1$ - полюс второго порядка. $z_2 = -2$ - полюс второго порядка.
85	Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z+2i}{z^3+8i}$ и определить их вид.	Особые точки: $z_1 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right), z_2 = 2i, z_3 = 2\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right)$. Они все являются простыми полюсами функции.
86	Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z-2i}{z^3+8i}$ и определить их вид.	Особые точки: $z_1 = \sqrt{3} - i, z_2 = 2i, z_3 = -\sqrt{3} - i$. $z_2 = 2i$ - устранимая особая точка. z_1 и z_3 - простые полюсы.
87	Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z^6+z^4-z^2-1}{(z^2-4z+3)^2}$ и определить их вид.	$z_1 = 1$ - простой полюс функции. $z_2 = 3$ - полюс второго порядка.
88	Определить тип особой точки $z = \infty$ для функции $f(z) = z^2(z-2)$.	$z = \infty$ - полюс третьего порядка.
89	Определить тип особой	$z = \infty$ - полюс второго порядка.



	точки $z = \infty$ для функ- ции $f(z) = \frac{z^5 + z^2 + 1}{z^3 - 2z}$.	
90	Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z+2}{z^2 - 2z - 3}$.	$\Re s_{-1} f(z) = \frac{-1}{4}, \Re s_3 f(z) = \frac{5}{4}, \Re s_{\infty} f(z) = -1$
91	Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)}$.	$\Re s_{-1} f(z) = \frac{-5}{16}, \Re s_3 f(z) = \frac{5}{16}, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
92	Найти вычеты в особых точках $f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}$.	$\Re s_0 f(z) = \frac{1}{24}, \Re s_{\infty} f(z) = \frac{-1}{24}$
93	Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$.	$\Re s_0 f(z) = 0, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
94	Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z+2i}{z^3+8i}$.	$\Re s_{2i} f(z) = \frac{-i}{3}, \Re s_{z_2} f(z) = \frac{8i}{3*16},$ $\Re s_{z_3} f(z) = \frac{i}{6}, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
95	Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z-2i}{z^3+8i}$.	$\Re s_{2i} f(z) = 0, \Re s_{z_2} f(z) = \frac{1}{2\sqrt{3}},$ $\Re s_{z_3} f(z) = \frac{-1}{2\sqrt{3}}, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
96	Найти вычеты в $z = \infty$ $f(z) = \frac{z+2}{z^2 - 2z - 3}$.	$\Re s_{\infty} f(z) = -1$
97	Найти вычеты в $z = \infty$ $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)}$.	$\Re s_{\infty} f(z) = 0$
98	Вычислить интеграл	$\oint_C \frac{dz}{z^4+1} = \frac{-\sqrt{2}\pi i}{2}, C: z-1 =1$



$\oint_C \frac{dz}{z^4+1}, \quad C: z-1 =1$	
99 Вычислить интеграл $\oint_C z^3 e^{\frac{1}{z}} dz, \quad C: z =1$	$\oint_{ z =1} z^3 e^{\frac{1}{z}} dz = \frac{\pi i}{12}$
10 Вычислить интеграл $\oint_C \frac{dz}{(z+3)(z^{15}-1)}, \quad C: z =2$	$\oint_{ z =2} \frac{dz}{(z+3)(z^{15}-1)} = \frac{2\pi i}{3^{15}+1}$
10 Вычислить интеграл $\oint_C \frac{\sin z dz}{z^2(z^2-1)^2}, \quad C -$ контур, состоящий из дуги окружности $ z =2$, $\text{Im } z \geq -\frac{1}{2}$ и отрезка прямой $\text{Im } z = -\frac{1}{2}$.	$\oint_C \frac{\sin z dz}{z^2(z^2-1)^2} = \frac{\pi i}{2} (4 + \text{ch } 1 - 3 \text{sh } 1)$
10 Вычислить интеграл $\oint_C \frac{dz}{z^4+1}, \quad C -$ контур, состоящий из верхней полуокружности $ z =R$, $R > 1$, $\text{Im } z \geq 0$ и отрезка дей- ствительной оси.	$\oint_C \frac{dz}{z^4+1} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$
10 Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(5+4\cos x)^2}$.	$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(5+4\cos x)^2} = \frac{10\pi}{27}$
10 Вычислить интеграл	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4+1} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$



$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4+1}$	
10 Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2+3)dx}{(x^2+2x+17)^2}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2+3)dx}{(x^2+2x+17)^2} = \frac{5\pi}{32}$
10 Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)^3}$	$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)^3} = \frac{\pi}{128}$
10 Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2-ix-1)^2}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2-ix-1)^2} = \frac{\pi}{9}$
10 Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4-2i}$	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4-2i} = \frac{\pi}{8} e^{\frac{3\pi}{8}i}$
10 Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x dx}{1+x^2}$	$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} e^{-1}$
11 Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1) \cos x dx}{x^2-2x+2}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1) \cos x dx}{x^2-2x+2} = \pi e^{-1} i$
11 Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+1)}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+1)} = \frac{3 \arctan x}{8} + \frac{3x^3+5x}{8x^4+16x^2+8}$
11 Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix} dx}{(x^2+2ix-2)^2}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix} dx}{(x^2+2ix-2)^2} = 0$
11 Записать числа $z_1=1$,	$1 = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi$ $-1 = \cos(\pi+2k\pi) + i \sin(\pi+2k\pi)$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики


Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 38 из 41	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	---------------	------------------------	---------------

$z_2 = -1$, $z_3 = i$, $z_4 = -i$ в тригонометрической форме.	$i = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$ $-i = \cos\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right), k = 0, \pm 1, \dots$
--	---

4.2 Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	
		Не зачтено	Зачтено
ОПК-1	<p>Знает</p> <p>Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного.</p> <p>Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке.</p>	<p>Не знает</p> <p>Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного.</p> <p>Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке.</p>	<p>Знает</p> <p>Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного.</p> <p>Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке.</p>
	<p>Умеет</p> <p>Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых точках; вычислять контурные интегралы, опре-</p>	<p>Не умеет</p> <p>Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых точках; вычислять контурные интегралы, опре-</p>	<p>Умеет</p> <p>Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых точках; вычислять</p>

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 39 из 41	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

	вычеты в особых точках; вычислять контурные интегралы, определённые интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории вычетов.	делённые интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории вычетов.	контурные интегралы, определённые интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории вычетов.
	Владеет навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	Не владеет навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	Владеет навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.

4.3 Критерии оценивания зачета

Критериями устного ответа выступают следующие качества знаний:

полнота – количество знаний об изучаемом объекте, входящих в программу;

глубина – совокупность осознанных знаний об объекте;

конкретность – умение раскрыть конкретные проявления обобщённых знаний (доказать на примерах основные положения);

системность – представление знаний об объекте в системе, с выделением структурных её элементов, расположенных в логической последовательности;

развёрнутость – способность развернуть знания в ряд последовательных шагов;

осознанность – понимание связей между знаниями, умение выделить существенные и несущественные связи, познание способов и принципов получения знаний.

Письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины оценивается положительно с выставлением оценки «зачтено» в следующих случаях:

- студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, решает соответствующие задачи, теоретические выводы подтверждает примерами, фактами, данными научных исследований; осуществляет межпредметные связи, предложения. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения и профессионально-личностную позицию по излагаемому вопросу. Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения, доказательно раскрыты основные положения (свободно оперирует понятиями и терминами); в ответе прослеживается чёткая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен литературным грамотным языком и носит самостоятельный характер.

– ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; были допущены неточности в определении понятий и терминов, допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов преподавателя.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 40 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

– студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, не привлекает для аргументации ответа основные положения концептуальных и нормативных документов, не умеет обосновать свои суждения; наблюдается нарушение логики изложения; в ответе не присутствуют доказательные выводы; сформированность умений показана слабо. Ответ отличается низким уровнем самостоятельности, не содержит собственной профессионально-личностной позиции.

Оценка «не зачтено» за письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины выставляется в случаях, когда:

– студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; не ориентируется в нормативно-концептуальных, программно-методических, исследовательских материалах, беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете.

4.4. **Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций**

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	зачтено
Базовый	зачтено
Пороговый	зачтено
компетенции не сформированы	не зачтено

Уровни формирования компетенций:

1. Пороговый уровень:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание сущности, основ комплексного анализа;
- студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины на удовлетворительном уровне.

2. Базовый уровень:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание особенностей и применения методов комплексного анализа;
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины; способен решать практические задания.

3. Продвинутый уровень:



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 41 из 41

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, использует полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин, обнаруживает готовность к самостоятельной профессиональной деятельности;
- студент способен аргументировать собственную точку зрения, формулировать собственные выводы на основе применения усвоенных компетенций.