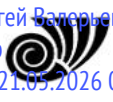


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 21.05.2026 01:14:19
Уникальный программный ключ:
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda306e8776167



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

Уравнения математической физики

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
Математическое моделирование

Присваиваемая квалификация
бакалавр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

**01.03.02 Прикладная математика и информатика, Математическое моделирование,
Уравнения математической физики, 2026, очная**

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.А. Рождественская

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от
«13» апреля 2021 г. № 247-1**



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль): Математическое моделирование

Дисциплина: Уравнения математической физики

Семестры изучения: 5, 6

Форма промежуточной аттестации: 5 семестр – зачет, 6 семестр – экзамен

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Уравнения математической физики» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС	Индикаторы достижения	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	<i>Знать</i> предмет и метод уравнений математической физики, классификацию дифференциальных уравнений в частных производных математической физики, вывод уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа и Пуассона. <i>Уметь</i> ставить дифференциальные задачи для уравнений математической физики: первую, вторую, третью краевые задачи и задачу Коши. <i>Владеть</i> методами решения дифференциальных задач для уравнений математической физики: метод характеристик, метод Фурье, метод Даламбера, метод функций Грина.
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения	ОПК-3.1. Имеет представление об известных математических моделях, применяемых для решения задач в области профессиональной деятельности ОПК-3.2. Демонстрирует умения при	<i>Знать</i> физические процессы, которые описываются уравнениями математической физики: теплопроводности и диффузии, колебательные процессы, установившиеся процессы. <i>Уметь</i> строить математические модели процессов теплопроводности и диффузии, колебательных процессов,



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 4 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

задач в области профессиональной деятельности	менять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач ОПК-3.3. Имеет практический опыт применения и выполнения модификаций математических моделей для решения прикладных задач	установившихся процессов с помощью уравнений в частных производных. <i>Владеть</i> способностью находить решения математических моделей, построенных на уравнениях математической физики и интерпретировать их физический смысл.
---	--	---

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Уравнения гиперболического типа	ОПК-1 <i>знать</i> классификацию дифференциальных уравнений гиперболического типа, постановку краевых задач, собственные числа, собственные функции и их свойства; <i>уметь</i> выводить дифференциальные уравнения колебаний струн, стержней, мембран, пружин, приводить уравнения к каноническому виду; <i>владеть</i> методами решения задачи Коши и краевых задач Даламбера и Фурье.	Контрольные работы №1-№4, Тесты 1-3	Вопросы к зачету, экзамену. Типовые задачи
2	Уравнения параболического типа	ОПК-1 <i>знать</i> классификацию дифференциальных уравнений параболического типа, постановку краевых задач, собственные числа, собственные функции и их свойства; <i>уметь</i> выводить дифференциальные уравнения теплопроводности и диффузии, приводить уравнения к каноническому виду; <i>владеть</i> методами решения задачи Коши и краевых задач Даламбера и Фурье..	Контрольная работа №5, Тест 4	Вопросы к зачету, экзамену. Типовые задачи
3	Уравнения эллиптического типа	ОПК-3 <i>знать</i> уравнения Лапласа и Пуассона, теорию потенциала, специальные функции, постановку краевых задач Дирихле и Неймана; <i>уметь</i> решать уравнения эллиптического типа методами Фурье и Грина; <i>владеть</i> методами составления интегральных уравнений, соответствующих краевым задачам.	Контрольные работы №6-№7, Тест 5	Вопросы к зачету, экзамену. Типовые задачи

Типовые задания, контрольные работы, тесты критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 5 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

3.2 Порядок проведения промежуточной аттестации в 5 семестре и содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация в 5 семестре проводится в форме зачета в два этапа.

На первом этапе студент решает две задачи и отвечает на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к зачету и типовыми задачами, билетами к зачёту.

3.2.1. База вопросов к зачёту

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильный ответ*	Код контролируемой компетенции
<i>Раздел 1 Уравнения гиперболического типа</i>			
1	Предмет математической физики.	[Л 2.5], с. 3	ОПК-1, ОПК-3
2	Основные этапы развития математической физики.	[Л 2.5], с. 3*	ОПК-1
3	Определение дифференциального уравнения с частными производными.	[Л 2.5], с. 63	ОПК-1
4	Определение линейного, нелинейного, квазилинейного дифференциального уравнения с частными производными.	[Л 2.5], с.17, 20	ОПК-1
5	Определение однородного и неоднородного дифференциального уравнения с частными производными.	[Л 2.5], с. 63-64	ОПК-1
6	Квадратичная форма дифференциального уравнения второго порядка с частными производными.	[Л 2.5], с. 64	ОПК-1
7	Классификация дифференциальных уравнений второго порядка по дискриминанту квадратичной формы.	[Л 2.5], с. 64	ОПК-1
2	Канонический вид дифференциальных уравнений второго порядка с частными производными.	[Л 2.5], с.64-22	ОПК-1
9	Характеристическое уравнение квадратичной формы. Метод характеристик.	[Л 2.5], с.64-69	ОПК-1
10	Теорема о возможности приведения дифференциальных уравнений второго порядка с частными производными к каноническому виду.	[Л 2.5], с.64-69	ОПК-1
11	Приведение к каноническому виду дифференциальных урав-	[Л 2.5],	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	нений второго порядка с частными производными гиперболического типа.	с.70-21	
12	Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с частными производными параболического типа.	[Л 2.5], с.22-25	ОПК-1
13	Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с частными производными эллиптического типа.	[Л 2.5], с.25-22	ОПК-1
14	Вывод уравнения колебаний струны.	[Л 2.5], с.29-96	ОПК-1
15	Требования к начальным и граничным условиям дифференциальной задачи.	[Л 2.5], с.94-96	ОПК-1
16	Краевые задачи для уравнения колебаний струны.	[Л 2.5], с.99-104	ОПК-1
17	Задача Коши для уравнения колебаний струны.	[Л 2.5], с.102	ОПК-1
12	Формула Даламбера.	[Л 2.5], с.105-110	ОПК-1
19	Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши для уравнения колебаний струны от начальных данных.	[Л 2.5], с.109-110	ОПК-1
20	Распространение по бесконечной струне волн отклонения.	[Л 2.5], с.111-112	ОПК-1
21	Распространение по бесконечной струне волн импульса.	[Л 2.5], с.112-122	ОПК-1
22	Метод Фурье для гиперболического уравнения.	[Л 2.5], с.134-140	ОПК-1
23	Стоячие волны закрепленной струны.	[Л 2.5], с.149-146	ОПК-1
24	Теорема единственности решения задачи о колебаниях струны.	[Л 2.5], с.77-29	ОПК-1
25	Собственные числа и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля на отрезке.	[Л 2.5], с.147-151	ОПК-1
26	Какие колебания называются гармоническими?	[Л 2.5], с.140-142	ОПК-1
27	Свойства собственных чисел и собственных функций.	[Л 2.5], с.152-153	ОПК-1
22	Свойство соответствия каждому собственному числу единственной собственной функции.	[Л 2.5], с.153-154	ОПК-1
29	Свойство соответствия каждой собственной функции единственного собственного числа.	[Л 2.5], с.154-155	ОПК-1
30	Свойство ортогональности собственных функций.	[Л 2.5], с.155-156	ОПК-1
31	Свойство вещественности собственных чисел.	[Л 2.5], с.156	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 7 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

32	Свойство не отрицательности собственных чисел.	[Л 2.5], с.156-157	ОПК-1
33	Решение неоднородного уравнения колебаний струны.	[Л 2.5], с.152-165	ОПК-1

* Правильный ответ приведен на указанной странице в учебном пособии за номером [2.5]: Тюлькин Б.М. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие. Миасс: «Геотур». 2005. - 400 с., которое в количестве 50 экз. имеется в библиотеке Миасского филиала ЧелГУ.

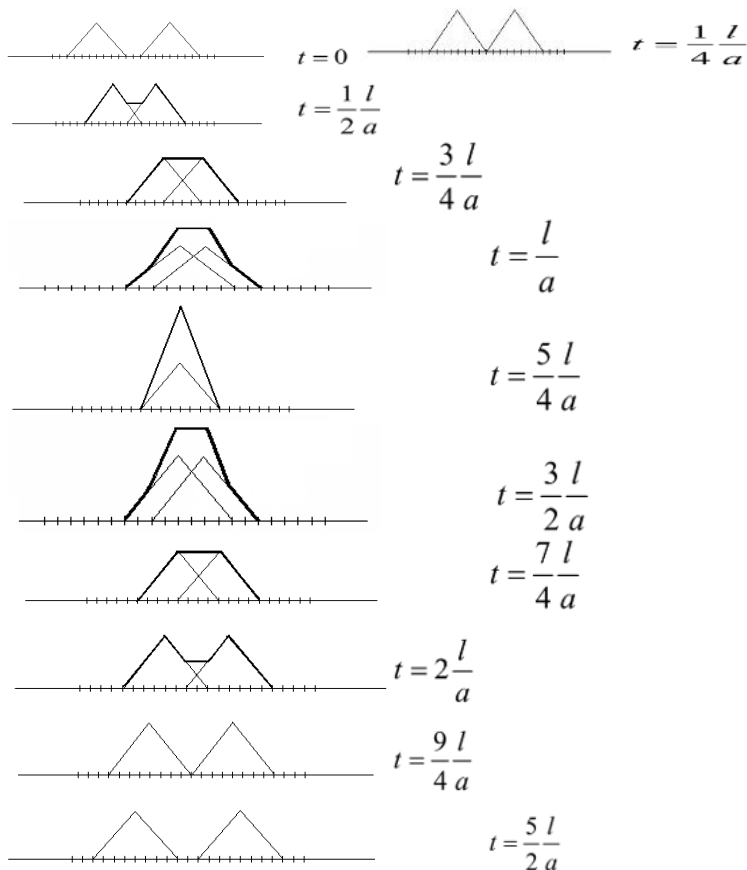
3.2.2 Перечень типовых задач

№ п/п	Формулировка задачи, ответ	Код контролируемой компетенции
1	Решить задачу Коши для уравнения $u_{xx} - 2u_{xy} + 4e^y = 0$ при $u _{x=0} = \varphi(y)$; $u_x _{x=0} = \psi(y)$ Ответ: $u = (1 + 2x - e^{2x})e^y + \varphi(y) + \frac{1}{2} \int_y^{2x+y} \psi(z) dz$	ОПК-1
2	Методом Даламбера решить задачу Коши: $u_{tt} = 4u_{xx}$, $-\infty < x < \infty$, $t > 0$, $u(x, 0) = \cos 2x$, $u_t(x, 0) = -4 \sin 2x$ <u>Ответ.</u> $u(x, t) = \cos(2(x + at))$.	ОПК-1
3	По фазовой плоскости построить функцию $u(x, t_0)$, где $t_0 > \frac{l}{a}$ при движении волны отклонения. Ответ: $u(x, t_0) = \begin{cases} 0, & x < -at_0 - l; \\ \frac{1}{2} \varphi(x + at_0), & -at_0 - l < x < -at_0 + l; \\ 0, & -at_0 + l < x < at_0 - l; \\ \frac{1}{2} \varphi(x - at_0), & at_0 - l < x < at_0 + l; \\ 0, & x > at_0 + l. \end{cases}$	ОПК-1
4	По фазовой плоскости построить функцию $u(x_0, t)$ для точки x_0 , где $0 < x_0 < l$ при движении волны импульса. Ответ:	ОПК-1



$$u(x_0, t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\varphi(x_0 - at) + \varphi(x_0 + at)), & 0 < t < \frac{l - x_0}{a}; \\ \frac{1}{2}\varphi(x_0 - at), & \frac{l - x_0}{a} < t < \frac{l + x_0}{a}; \\ 0, & t > \frac{l + x_0}{a}. \end{cases}$$

5 В момент времени $t = 0$ полуограниченная струна со свободным концом $x = 0$ возбуждена начальным отклонением. Изобразить графически отражение волны отклонения от свободного конца $x = 0$.



6 В полуполосе $0 < x < l, t > 0$ для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ решить первую краевую задачу со следующими условиями:
 а) граничные условия:
 $u(0, t) = 0, u(l, t) = 0,$
 б) начальные условия:
 $u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x).$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 9 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	<p><u>Ответ.</u></p> $u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k \cos \frac{k\pi at}{l} + B_k \sin \frac{k\pi at}{l} \right] \sin \frac{k\pi x}{l}, \text{ где}$ <p>и вычисляются по формулам:</p> $A_k = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx,$ $B_k = \frac{2}{ak\pi} \int_0^l \psi(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx.$	
7	<p>Найти закон колебания струны длины l, если плотность внешней возмущающей силы постоянна и равна $\frac{a^2}{10l}$. Концы струны закреплены. Начальное отклонение и начальная скорость равны нулю, a – константа, фигурирующая в уравнении колебания струны.</p> <p><u>Ответ.</u></p> $u = \omega = \frac{0,4l}{\pi^3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{((2k+1)\pi)^3} \left[1 - \cos \frac{(2k+1)\pi at}{2} \right] \sin \frac{(2k+1)\pi x}{l}.$	ОПК-1

3.2.3 Образец билета к зачёту:

**ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики**

Дисциплина «уравнения математической физики»

Билет №10

1. Определение однородного и неоднородного дифференциального уравнения с частными производными.
2. Вывод уравнения колебаний струны.
3. Решить задачу Коши для уравнения $u_{xx} - 2u_{xy} + 4e^y = 0$ при $u|_{x=0} = \varphi(y)$; $u_x|_{x=0} = \psi(y)$.
4. Найти закон колебания струны длины l , если плотность внешней возмущающей силы постоянна и равна $\frac{a^2}{10l}$. Концы струны закреплены. Начальное отклонение и начальная скорость равны нулю, a – константа, фигурирующая в уравнении колебания струны.

Преподаватель
Зав. кафедрой прикладной математики

А.В. Рождественский
Е.В. Дутикова

3.2.4 Порядок проведения промежуточной аттестации в 6 семестре и содержание

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 10 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

оценочных средств

Промежуточная аттестация в 6 семестре проводится в форме экзамена в два этапа.

На первом этапе студент решает две задачи и отвечает на четыре вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к зачету и типовыми задачами, билетами к экзамену.

3.2.5. База вопросов к экзамену

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильный ответ*	Код контролируемой компетенции
<i>Раздел 2. Уравнения параболического типа</i>			
1	Вывод уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с. 201-205	ОПК-3
2	Коэффициент теплопроводности и его размерность.	[Л 2.5], с. 201	ОПК-3
3	Коэффициент температуропроводности и его размерность.	[[Л 2.5], с. 205	ОПК-3
4	Коэффициент теплоотдачи и его размерность.	[Л 2.5], с.202	ОПК-3
5	Закон теплопроводности Фурье.	[Л 2.5], с. 202	ОПК-3
6	Закон теплообмена Ньютона.	[Л 2.5], с. 207	ОПК-3
7	Вывод уравнения диффузии.	[Л 2.5], с. 205-206	ОПК-3
2	Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.202	ОПК-3
9	Вторая краевая задача для уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.202	ОПК-3
10	Третья краевая задача для уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.209	ОПК-3
11	Задача коши для уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.209	ОПК-3
12	Принцип максимума и принцип минимума для уравнения теплопро-	[Л 2.5],	ОПК-3



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 11 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	водности.	с.211-214	
13	Метод Фурье для уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.221-227	ОПК-3
14	Краевые задачи для уравнения теплопроводности с ненулевыми граничными условиями.	[Л 2.5], с.227-231	ОПК-3
15	Краевые задачи для уравнения теплопроводности с граничными условиями третьего рода.	[Л 2.5], с.231-236	ОПК-3
16	Распространение тепла в бесконечном стержне.	[Л 2.5], с.252-261	ОПК-3
17	Показать, что функция u удовлетворяет уравнению теплопроводности.	[Л 2.5], с.257-252	ОПК-3
12	Показать, что функция u удовлетворяет начальному условию.	[Л 2.5], с.252-261	ОПК-3
19	Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его физический смысл.	[Л 2.5], с.109-110	ОПК-3
20	Свойства фундаментального решения уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.262-270	ОПК-3
21	Функция источника однородной краевой задачи для уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.271-273	ОПК-3
22	Метод Фурье для неоднородной краевой задачи для уравнения теплопроводности.	[Л 2.5], с.134-140	ОПК-3
23	Метод функций Грина для уравнения теплопроводности	[Л 2.5], с.229-226	ОПК-3
24	Функция Грина задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.	[Л 2.5], с.222-226	ОПК-3
ОПК-3			
25	Уравнения эллиптического типа, постановка краевых задач.	[Л 2.5], с.277-229	ОПК-3
26	Фундаментальное решение уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости.	[Л 2.5], с.227-294	ОПК-3
27	Аналитичность гармонических функций.	[Л 2.5], с.295-296	ОПК-3
22	Первая формула Грина.	[Л 2.5], с.297-292	ОПК-3
29	Вторая формула Грина.	[Л 2.5], с.292	ОПК-3
30	Первое свойство гармонических функций.	[Л 2.5], с.302	ОПК-3
31	Второе свойство гармонических функций.	[Л 2.5], с.302-303	ОПК-3
32	Третье свойство гармонических функций.	[Л 2.5], с. 303-305	ОПК-3
33	Четвёртое свойство гармонических функций.	[Л 2.5], с.306-309	ОПК-3



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

34	Теорема единственности решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.	[Л 2.5], с.309-310	ОПК-3
35	Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.	[Л 2.5], с.310-311	ОПК-3
36	Метод Фурье решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге.	[Л 2.5], с.313-317	ОПК-3
37	Метод Фурье решения задачи Неймана для уравнения Лапласа в круге.	[Л 2.5], с.312-324	ОПК-3

* Правильный ответ приведен на указанной странице в учебном пособии за номером [2.5]: Тюлькин Б.М. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие. Миасс: «Геотур». 2005. - 400 с., которое в количестве 50 экз. имеется в библиотеке Миасского филиала ЧелГУ.

3.2.6 Перечень типовых задач

№ п/п	Формулировка задачи , ответ	Код контрольной компетенции
1	Найти распределение температуры в стержне $0 < x < l$ с теплоизолированной боковой поверхностью, если температура его концов поддерживается равной нулю, а начальная температура равна произвольной функции $\varphi(x)$. Ответ: $u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-\left(\frac{ak\pi}{l}\right)^2 t} \sin \frac{k\pi x}{l}, \text{ где } A_k = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx$	ОПК-3
2	В конечном стержне с теплоизолированной боковой поверхностью оба торцевых сечения теплоизолированы, а начальная температура постоянна по стержню и равна U_0 . Найти распределение температуры в стержне. <u>Ответ.</u> $u = \frac{A_0}{2} = u_0$.	ОПК-3
3	В конечном стержне с теплоизолированной боковой поверхностью левый и правый концы теплоизолированы. В начальный момент времени распределение температуры в стержне линейное от нуля при $x = 0$ до T_0 при $x = l$. Найти распределение температуры в стержне. <u>Ответ.</u> $u(x,t) = \frac{T_0}{2} - \frac{4T_0}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} e^{-\left(\frac{a(2n+1)\pi}{l}\right)^2 t} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{l}$	ОПК-3
4	Решить смешанную задачу: $u_t = a^2 u_{xx}$, $0 < x < l$, $t > 0$, $u(0,t) = T$, $u(l,t) = U_0$, $u(x,0) = 0$.	ОПК-3



	<p><u>Ответ.</u></p> $u(x,t) = T + \frac{(u_0 - T)}{l}x + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} [(-1)^k u_0 - T] e^{-\left(\frac{ak\pi}{l}\right)^2 t} \sin \frac{k\pi x}{l}.$	
5	<p>Решить уравнение: $u_t = a^2 u_{xx}$, $0 < x < l$, $t > 0$, при начальной температуре $u(x,0) = \varphi(x)$, при граничных условиях: $u_x(l,t) = -hu(l,t)$, $u(0,t) = 0$.</p> <p><u>Ответ.</u></p> $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \lambda_n x dx \right) e^{-\lambda_n^2 a^2 t} \sin \lambda_n x.$	ОПК-3
6	<p>Решить задачу: $u_t = u_{xx}$, $0 < x < 1$, $t > 0$, $u_x(0,t) = 1$, $u(1,t) = 0$, $u(x,0) = 0$.</p> <p><u>Ответ.</u></p> $u(x,t) = x - 1 + \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{[(2k+1)]^2} e^{-\left[\frac{(2k+1)}{2}\right]^2 t} \cos \frac{(2k+1)\pi x}{2}.$	ОПК-3
7	<p>Решить задачу: $u_t = a^2 u_{xx}$, $0 < x < l$, $t > 0$, $u(0,t) = u(l,t) = 0$, $u(x,0) = \begin{cases} c_0, & 0 < x < h, \\ 0 & h \leq x < l, \end{cases} \quad h < l.$</p> <p><u>Ответ.</u></p> $u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2c_0}{k\pi} \left(1 - \cos \frac{k\pi h}{l} \right) e^{-\left(\frac{k\pi a}{l}\right)^2 t} \sin \frac{k\pi x}{l}.$	ОПК-3
2	<p>Решить смешанную задачу: $u_t = 4u_{xx}$, $0 < x < 1$, $t > 0$, $u(x,0) = \sin 3\pi x - 4 - 5x$, $u(0,t) = -4$, $u(1,t) = -9$.</p> <p><u>Ответ.</u></p> $u(x,t) = -4 - 5x + e^{-(6\pi)^2 t} \sin 3\pi x.$	ОПК-3
9	<p>Найти распределение температуры в бесконечном стержне, если начальное распределение равно:</p> $\varphi(x) = \begin{cases} \text{если } x_1 \leq x < x_2, \\ 0 & \text{если } x < x_1, \quad x > x_2. \end{cases}$	ОПК-3
10	<p>Найти решение уравнения: $u_t = 4u_{xx} + 23e^{-4t} \sin x$, удовлетворяющее гра- ничным условиям $u(0,t) = 0$, $u(\pi,t) = 0$ и начальному условию $u(x,0) = 0$.</p> <p>Ответ. $W = 23te^{-4t} \sin x$.</p>	ОПК-3
11	<p>Найти решение первой внутренней краевой задачи для уравнения Лапласа, если задано граничное условие $u _{\rho=a} = A$.</p> <p><u>Ответ.</u> $u(\rho,\varphi) = \frac{\alpha_0}{2} = \frac{2A}{2} = A$.</p>	ОПК-3



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 14 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

12	Найти функцию, гармоническую в кольце $1 \leq \rho \leq 2$ и удовлетворяющую граничным условиям $u _{\rho=1} = \mu_1 = const$ и $u _{\rho=2} = \mu_2 = const$. <u>Ответ.</u> $u(\rho) = 2\mu_1 + \frac{2(\mu_2 - \mu_1)}{\ln 2} \ln \rho$.	ОПК-3
13	Найти решение уравнения Пуассона $\Delta u = 1$ внутри круга радиуса $\rho = a$, если $v _{\rho=a} = 0$. <u>Ответ.</u> $u = -\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}\rho^2 = \frac{1}{4}(\rho^2 - a^2)$.	ОПК-3

3.2.7 Образец билета к экзамену:

**ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики**

Направление «Прикладная математика и информатика»
Дисциплина «уравнения математической физики»

Билет № 1

- Предмет уравнений математической физики
- Определение дифференциального уравнения с частными производными
- Свойства собственных чисел и собственных функций
- Распространение тепла в бесконечном стержне
- В полуполосе $0 < x < l, t > 0$ для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ решить первую краевую задачу со следующими условиями:
а) граничные условия:
 $u(0, t) = 0, u(l, t) = 0,$
б) начальные условия:
 $u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x).$
- Найти решение первой внутренней краевой задачи для уравнения Лапласа, если задано граничное условие $u|_{\rho=a} = A$.

Преподаватель
Зав. кафедрой

/А.В. Рождественский/
/ Е.В. Дутикова/

4. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код	Планируемые результаты обучения по	Критерии оценивания
-----	------------------------------------	---------------------



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 15 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

компетенции	дисциплине	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1	<p><i>Знает</i> основные понятия математической физики: классификацию дифференциальных уравнений математической физики, основные теоремы.</p> <p><i>Умеет</i> решать дифференциальные задачи для уравнений гиперболического типа методами Даламбера и Фурье.</p> <p><i>Владеет</i> навыками доказательства утверждений и решения задач математической физики гиперболического типа.</p>	<p>Свободно оперирует понятиями, терминами, точно формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями;</p> <p>применяет теорию для решения задач, может обосновать решение;</p> <p>решает задачи на доказательство утверждений, знает доказательство основных теорем</p>	<p>Уверенно оперирует понятиями, терминами, формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями;</p> <p>применяет теорию для решения задач, может обосновать решение;</p> <p>решает некоторые задачи на доказательство утверждений, знает доказательство некоторых теорем</p>	<p>Частично владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует некоторые определения и теоремы, не четко понимает взаимосвязь между понятиями;</p> <p>затрудняется в применении теории для решения задач, задачи решает, но не может обосновать решение;</p> <p>не решает задачи на доказательство утверждений, не знает доказательство основных теорем</p>	<p>Не владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует или не формулирует определения и теоремы, не понимает взаимосвязь между понятиями;</p> <p>не может применять теорию для решения задач, не может обосновать решение или решить задачу;</p> <p>не решает задачи на доказательство утверждений, не знает доказательство основных теорем</p>
ОПК-3	<p><i>Знает</i> дифференциальные уравнения параболического и эллиптического типов и описываемые ими физические процессы.</p> <p><i>Умеет</i> решать дифференциальные задачи для уравнений параболического и эллиптического типов методами Фурье и Грина.</p> <p><i>Владеет</i> навыками доказательства утверждений и решения задач математической физики параболического и эллиптического типов.</p>	<p>Знает области применения теории дифференциальных уравнений в частных производных для решения практических задач, приводит примеры;</p> <p>решает задачи на применение свойств уравнений в частных производных;</p> <p>уверенно решает задачи математической физики</p>	<p>Знает области применения теории дифференциальных уравнений в частных производных для решения практических задач, приводит примеры;</p> <p>решает некоторые задачи на применение свойств уравнений в частных производных; решает некоторые задачи математической физики.</p>	<p>Знает некоторые области применения теории дифференциальных уравнений в частных производных для решения практических задач;</p> <p>решает с подсказкой некоторые задачи на применение свойств теории дифференциальных уравнений в частных производных для решения практических задач; неуверенно решает задачи математической физики</p>	<p>Не знает области применения теории дифференциальных уравнений в частных производных для решения практических задач;</p> <p>не решает задачи с применением свойств уравнений в частных производных;</p> <p>не умеет решать задачи математической физики</p>

4.2. Критерии оценивания зачета

Письменный и письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины оцени-



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 16 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

вается положительно с выставлением оценки **«зачтено»** в следующем случае:

– студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, возможно, допускает неточности и несущественные ошибки в определении понятий, формулировке положений, не допускает или допускает незначительные ошибки в решении задач.

Оценка **«не зачтено»** за письменный и письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины выставляется в случаях, когда:

– студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал;
– не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов.

4.3. Критерии оценивания экзамена

«Отлично» (5) – студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, теоретические выводы подтверждает примерами, фактами, данными научных исследований; осуществляет межпредметные связи, предложения. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения и профессионально-личностную позицию по излагаемому вопросу. Ответ носит самостоятельный характер.

«Хорошо» (4) – ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов экзаменатора.

«Удовлетворительно» (3) – студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, не привлекает для аргументации ответа основные положения исследовательских, концептуальных, не умеет обосновать свои суждения; наблюдается нарушение логики изложения. Ответ отличается низким уровнем самостоятельности, не содержит собственной профессионально-личностной позиции.

«Неудовлетворительно» (2) – студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; не ориентируется в программно-методических, исследовательских материалах, беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 17 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

СВЯЗИ.

4.4. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровень освоения компетенций	Оценка на зачёте	Оценка на экзамене
Продвинутый	зачтено	отлично
Базовый	зачтено	хорошо
Пороговый	зачтено	удовлетворительно
компетенции не сформированы	не зачтено	неудовлетворительно



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ
ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12 из 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Уровни формирования компетенций:

1. Пороговый уровень:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основ уравнений математической физики;
- студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины на удовлетворительном уровне.

2. Базовый уровень:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание особенностей и применения методов уравнений математической физики;
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины; способен решать практические задания.

3. Продвинутый уровень:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, использует полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин, обнаруживает готовность к самостоятельной профессиональной деятельности;
- студент способен аргументировать собственную точку зрения, формулировать собственные выводы на основе применения усвоенных компетенций.