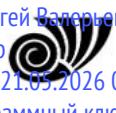


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 21.05.2026 01:14:18
Уникальный программный ключ:
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e8736167



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

Комплексный анализ

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
Математическое моделирование

Присваиваемая квалификация
бакалавр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

**01.03.02 Прикладная математика и информатика, Математическое моделирование,
Комплексный анализ, 2026, очная**

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.В. Дутикова

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от
«13» апреля 2021 г. № 247-1**



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ


Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Направленность (профиль): Математическое моделирование;
Дисциплина: Комплексный анализ
Семестр (семестры) изучения: 4
Форма промежуточной аттестации: зачет.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины "Комплексный анализ" направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных	Знать Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного. Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке. Уметь Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых точках; вычислять контурные интегралы,

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 4 из 36	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

		наук для решения задач профессиональной деятельности.	определённые интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории вычетов. Владеть навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.
--	--	---	---

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Комплексные числа. Множества на комплексной плоскости.	ОПК-1 Знает основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; Умеет записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
2	Числовые последовательности и ряды с комплексными членами.	ОПК-1 Знает признаки сходимости числовых рядов; Умеет исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 5 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

3	Элементарные функции комплексного переменного.	ОПК-1 Знает вид элементарных функций комплексного переменного; Умеет находить значение функции комплексного переменного; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
4	Дифференцирование функций комплексного переменного.	ПК-2 Знает условие дифференцируемости функции в точке; Умеет использовать условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; Владеет способностью использовать полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
5	Интегрирование функций комплексного переменного.	ПК-2 Знает интегральную формулу Коши; Умеет вычислять контурные интегралы; Владеет способностью использовать полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
6	Функциональные ряды в комплексной области.	ОПК-1 Знает признаки сходимости функциональных рядов; Умеет исследовать на сходимость и абсолютную сходимость	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		функциональные ряды; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.		
7	Разложение функций в ряды.	ОПК-1 Знает основные разложения функций в степенные ряды; Умеет Раскладывать функции в ряд Лорана; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	оценочное средство 1 Тесты	Устный опрос с практическим заданием (зачет)
8	Особые точки функций комплексного переменного.	ОПК-1 Знает классификацию особых точек; Умеет определять виды особых точек функции различными способами; Владеет способностью использовать базовые знания для дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.		Устный опрос с практическим заданием (зачет)
9	Вычеты. Применение вычетов.	ПК-2 Знает основные формулы для нахождения вычета функции в точке; Умеет находить вычеты в особых точках; вычислять определённые интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории		Устный опрос с практическим заданием (зачет)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
 по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 7 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		вычетов. Владеет способностью использо- вать полученные знания и умения при изучении смеж- ных дисциплин.		
--	--	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

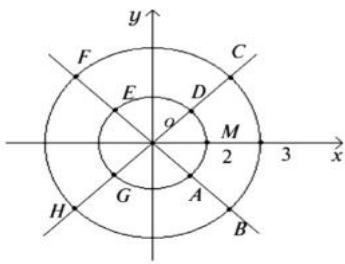
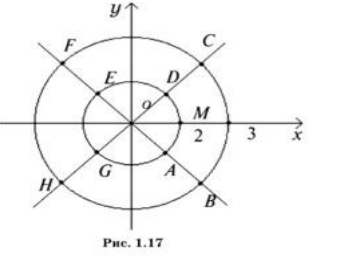
3.2 Содержание оценочных средств для текущей аттестации

Тесты.

Тест по разделам 1-2

	Условие	Ответ
1	Записать в алгебраической форме z , если $z = \left(\frac{2-i}{1+i} \right)^3$.	$z = \frac{-13}{4} - \frac{9}{4}i$.
2	Даны комплексные числа $z_1 = i * e^{\frac{-\pi}{5}}$ и $z_2 = e^{\frac{-\pi}{5} * i}$. Какие из следующих равенств верны: а) $arg(z_1 * z_2) = 0$ б) $\ln z_1 = arg z_2$; в) $arg z_1^2 = 2 arg z_2$; г) $\left \frac{z_1}{z_2} \right = 1$; д) $arg z_1^2 = 5 * arg z_2$;	б), д).
3	Даны комплексные числа $z_1 = 2i * e^{\frac{-\pi}{5}i}$, $z_2 = \sqrt{3} - i$. Найти $\left \frac{z_1}{z_2} \right $ и $arg(z_1 * z_2)$.	$1, \frac{2\pi}{15}$.
4	Записать в показательной форме комплексные числа $z_1 = i^4 + i$, $z_2 = \cos \frac{\pi}{2} + i * \sin \frac{\pi}{3}$.	$z_1 = \sqrt{2} * e^{\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi \right) i}$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} * e^{\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi \right) i}$.



5	Найти $ z_1 * \bar{z}_2 $ и $\arg \frac{z_1}{z_2}$, если $z_1 = 2i * e^{\frac{-\pi}{5}i}$, $z_2 = \sqrt{3} - i$.	$\left(4, -\frac{2\pi}{15}\right)$.
6	Найти модуль и аргумент комплексного числа $(1+i)^5 (\sqrt{3}-i)^3$.	$\left(2^5 \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$.
7	Сколько корней уравнения $z^8 + 1 = 0$ расположены в верхней полуплоскости? Выпишите эти корни.	Четыре корня; $z_1 = e^{i\frac{\pi}{8}}$, $z_2 = i z_1$, $z_3 = i z_1$, $z_4 = -z_1$.
8	Описать в виде соотношений множество точек, принадлежащих: а) дуге DE; б) отрезку GH на рисунке  Рис. 1.17	а) $\begin{cases} z =2, \\ \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{4}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2 < z < 3, \\ \arg z = \frac{-3\pi}{4}. \end{cases}$
9	Какие из множеств, изображённых на рисунке, описываются одним из следующих соотношений: а) $\begin{cases} 2 < z < 3, \\ \arg z < \frac{\pi}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2 < z < 3, \\ -\pi < \arg z < 0. \end{cases}$  Рис. 1.17	а) правое полукольцо; б) нижнее полукольцо;
10	Записать в виде неравенств множество точек, принадлежащих кольцу с центром в точке (-1;2), границы которого касаются осей координат.	$1 < z+1-2i < 2$.
11	Каким из следующих неравенств описывается множество точек	а) и в).



	правой полуплоскости: а) $ \arg z < \frac{\pi}{2}$; б) $\arg z < \frac{\pi}{2}$; в) $\Re z > 0$; г) $\Im z > 0$; д) $0 < \arg z < \frac{\pi}{2}$; е) $0 < \arg z < \pi$.	
12	Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} * e^{i \frac{\pi}{4}}$.	0.
13	Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{n} + i \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right)$.	$1 + ie$.
14	Какие из следующих утверждений справедливы для последовательности $z_n = (-1)^n + \frac{i * 2 - n}{2 + n}$: а) ограничена; б) сходится; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 1 - i$; г) не ограничена; д) $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 1 + i$; е) расходится; ж) бесконечно большая.	а), е).
15	Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 5^n i}{10^n}$ укажите все верные утверждения: а) ряд сходится, так как сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \Re z_n$; б) ряд сходится, так как сходятся ряды $\sum_{n=1}^{\infty} \Re z_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \Im z_n$; в) ряд сходится абсолютно; г) сумма ряда равна $\frac{5}{4} - 2i$; д) сумма ряда равна $\frac{1}{4} - i$.	в), д).



	Условие	Ответ
1	Найти $f(2i)$, если $f(z) = \sqrt[3]{i-z} u f(0) = -i$.	$f(2i) = e^{-i\frac{5}{6}} = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right)$
2	Найти $f(-i)$, если $f(z) = \sqrt{\frac{z-1}{z+1}} u f(-2) = -\sqrt{3}$.	$f(-i) = \frac{-\sqrt{2}}{2}(1-i)$
3	Найти $\Im f(z_0)$: а) $f(z) = e^z, z_0 = 3 - 2i$; б) $f(z) = \cos z, z_0 = 1 - i$.	а) $-e^3 \sin 2$; б) $\sin 1 * sh 1$;
4	Найти $arg f(z_0)$: а) $f(z) = 3^z, z_0 = 1 + i$; б) $f(z) = e^z, z_0 = 2 - i$.	а) $\ln 3$; б) -1 ;
5	Сколько корней имеет уравнение $e^z + 1 = 0$: а) в правой полуплоскости; б) в левой полуплоскости?	а), б) ни одного. Все корни расположены на мнимой оси.
6	Найти $\Re z$, где z – корень уравнения $\cos iz = i$.	$\Re z = \ln(\sqrt{2} \pm 1)$.
7	Где расположены корни уравнения $\cos iz = i$: а) на оси Ox ; б) на оси Oy ; в) на прямой, параллельной оси Ox ; г) на прямой, параллельной оси Oy ; д) на двух прямых, параллельных оси Ox ; е) на двух прямых, параллельных оси Oy .	е).
8	Какие из следующих равенств верны для числа z , удовлетворяющего уравнению $\ln z = -3 + 4i$: а) $ z = 5$; б) $arg z = arctg\left(\frac{-4}{3}\right)$; в) $ z < 1$; г) $\Re z < 0$; д) $\Im z > 0$; е) $arg z = 4$.	в), г), е).
9	Найти область, где функция $f(z) = x^2 - y^2 + 2i xy $ является аналитической, и записать её как функцию z .	$k\pi < arg z < \frac{\pi}{4} + k\pi, k = 0, -1$; $f(z) = z^2$;



		$\frac{\pi}{2} + k\pi < \arg z < \frac{3\pi}{4} + k\pi, k = 0, -1;$ $f(z) = -z^2;$
10	Найти гармоническую функцию, сопряженную с заданной: а) $f(x, y) = x^2 - y^2 + \frac{y}{x^2 + y^2};$ б) $f(x, y) = e^{-y}(y * \sin x - x * \cos x).$	а) $\pm \left(2xy + \frac{x}{x^2 + y^2} \right) + C;$ б) $\pm e^{-y}(y * \cos x + x * \sin x) + C.$
11	Найти аналитическую функцию $f(z)$, если а) $\Im f(z) = x^2 - y^2 + \frac{y}{x^2 + y^2}, f(1-i) = \frac{3-i}{2};$ б) $\Re f(z) = e^{-y}(y * \sin x - x * \cos x), f(0) = 0.$	а) $f(z) = iz^2 - \frac{i}{z};$ б) $f(z) = -ze^{iz}.$
12	Найти область однолистной функции Жуковского: $w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right).$	$ z < 1, z > 1$
13	Найти образ полосы D при отображении $w = e^z$: а) $D: \begin{cases} -\infty < \Re z < \infty \\ 0 < \Im z < \pi \end{cases}$ б) $D: \begin{cases} -\infty < \Re z < 0 \\ 0 < \Im z < \pi \end{cases}$	а) $\Im z > 0$ б) $\begin{cases} w < 1 \\ \Im w > 0 \end{cases}$
14	Отобразить на верхнюю полуплоскость область D – верхнюю полуплоскость с разрезами по лучам $[0, i]$ и i .	$w = \sqrt{\frac{z^2 + 4}{z^2 + 1}};$
15	Отобразить на верхнюю полуплоскость область $\begin{cases} z-1 > 1 \\ z-2 < 2 \end{cases}$.	$w = e^{-\frac{4\pi i}{z}}$
16	Отобразить область $\frac{\pi}{2} < \arg z < \pi$ на область $0 < \arg w < \frac{\pi}{4}$.	$w = \sqrt{-z} e^{-i\frac{\pi}{4}}$
17	Отобразить на правую полуплоскость область $0 < \arg(z-1-i) < \frac{\pi}{2}$.	$w = -i(z-1-i)^2$
18	Отобразить область $ z+2i < 2$ на область $ w-2i > 2$ так, чтобы точки 0 и $-2i$ остались неподвижными.	$w = \frac{iz}{z+3i}, \Im w = \frac{1}{2}$



	Найти образ окружности $ z =3$ при полученном отображении.	
19	При отображении, полученном в задаче 18, найти: а) прообраз прямой $\Re w = \Im w$; б) прообраз окружности $ w =1$.	$\text{а) } \left z - \frac{3}{2}(1-i) \right = \frac{3}{\sqrt{2}}$ $\text{б) } \Im z = \frac{-3}{2}$
20	Отобразить область $\Im z + \Re z < 0$ на область $ w-3i > 2$ при условиях $f(-1) = \infty, \arg w'(-2) = \frac{\pi}{4}$. Найти образ прямой $\Re z - \Im z = 0$ при полученном отображении.	$w = \frac{z(2+3i)+i}{z+1}$ $ w-2-i =2$
21	Отобразить область $\Im z + \Re z > 1$ на область $ w-(1+i) < 1$ при условии $w(1+i) = 1+i, \arg w'(1+i) = \frac{\pi}{4}$. Найти образ точки, сопряженной точке $w=2i$ относительно границы.	$w = \frac{z(1+2i)+1-i}{z-2i}$
22	Найти функцию, отображающую квадрат с вершинами в точках $A(3+3i), B(3-3i), C(-3-3i), D(-3+3i)$ на квадрат с вершинами $A_1(-1), B_1(-i), C_1(-1-2i), D_1(-2-i)$.	$\frac{1}{3\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}} z - (1+i)$
23	Найти $\Re z$, где z удовлетворяет уравнению $ch iz = i$.	$\Re z = \frac{\pi}{2} + k\pi$
24	Решить уравнение $\sin z = \frac{\pi}{2}$.	$z = \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi \right) \pm \ln \left(\frac{\pi + \sqrt{\pi^2 - 4}}{2} \right),$ $k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

Тест по разделам 6, 7

	Условие	Ответ
1	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{z-2i} \right)^n$.	$\Im z < 1$
2	Найти область сходимости ряда	$ z < \sqrt{2}$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 13 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z^{2n}}{n^2 * 2^n} \right)$	
3	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2z}{z-3} \right)^n$	$ z+1 < 2$
4	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z(n-z)}{n+1} \right)^n$	$ z < 1$
5	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{3+i}}{z+1-i} \right)^n$	$ z+1-i > 2$
6	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n * e^{i(n+z)}$	Всюду расходится.
7	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+iz}}{2^{n-1}}$	Сходится всюду.
8	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (z+1)^n}{n+1} + \frac{n}{2^n (z+1)^n}$	Всюду расходится.
9	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nz}}{n^2}$	$ \Re z > \Im z \vee i$
1 0	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n^2}}{(n+1)^{n^2}} z^n$	$R=e$
1 1	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} z^{n!}$	$R=1$
1 2	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} z^n * \sin i$	$R=\frac{1}{e}$
1 3	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n$	$R=e$
1 4	Найти сумму ряда	$S = \frac{z+2i}{(1-2i-z)^2}$



	$\sum_{n=1}^{\infty} n * (z+2i)^n$.	
1 5	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{z^n}$.	$S = \frac{z^2+z}{(z-1)^3}$
1 6	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(z^n + \frac{1}{2^n z^{n+1}} \right)$.	$S = \frac{1}{(z-1)(1-2z)}$
1 7	Допускает ли функция $f(z) = \sqrt{\frac{z}{z+1}}$ разложение в ряд по степеням а) z ; б) $z-1$; В случае положительного ответа записать три ненулевых члена разложения.	а) не допускает, так как $z=0$ – точка ветвления; б) в плоскости с разрезом по лучу $z \in [0, \infty)$ возможно разложение каждой из двух ветвей.
1 8	Разложить в ряд Тейлора по степеням z ветвь функции $f(z)$, для которой $f(0)=0$: а) $f(z) = \arcsin z$; б) $f(z) = \arctg z$. Указать радиусы сходимости рядов.	а) $f(z) = z + \frac{1}{2*3} z^3 + \frac{1*3}{2^2*2!5} z^5 + \frac{1*3*5}{2^3*3!7} z^7 + \dots, R=1$; б) $f(z) = z - \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^7}{7} + \dots,$ $R=1$
1 9	Возможно ли разложение функции $f(z) = \sqrt{\frac{z}{(z-1)(z-2)}}$ в ряд Лорана в окрестности $z = \infty$?	Нет. $z = \infty$ - точка ветвления
2 0	Исследовать возможность разложения функции $f(z) = \sqrt{1+\sqrt{z}}$ в ряд в окрестности z_0 .	В случае $z_0=0$ и $z_0=\infty$ разложения невозможны. Для $z_0 \neq 0$ и $z_0 \neq \infty$ возможны.
2 1	Исследовать возможность разложения функции $f(z) = \ln \frac{z-1}{z+i}$ в ряд в окрестности z_0 .	В окрестности любой точки $z_0, z_0 \neq 0, z_0 \neq 1, z_0 \neq -i$ возможно разложение – в ряд Тейлора и ряд Лорана для $z_0 = \infty$ Запишите разложение в окрестности $z_0=0$ и $z_0=\infty$.
2 2	Найти нули функции $P(z) = z^4 - 2z^3 + 5z^2 - 8z + 4$ и определить их порядок.	$z = \pm 2i$ – простые нули, $z = 1$ – нуль второго порядка
2	Определить порядок нуля $z_0=0$	а) нуль третьего порядка;



3	<p>для функций:</p> <p>а) $f(z) = (e^z - 1)^2 - \sin^2 z$;</p> <p>б) $(e^{z^2} - 1)^2 + (\cos z - 1)^2$;</p> <p>в) $(e^{z^2} - 1)^2 - 4(1 - \cos z)^2$.</p>	<p>б) нуль четвёртого порядка;</p> <p>в) нуль шестого порядка.</p>
2 4	<p>Найти все нули функции и определить их порядок:</p> <p>а) $f(z) = \frac{\sin^2 z}{z(z - \pi)^2}$;</p> <p>б) $P(z) = (z^4 + 2z^2 + 1)(z^2 - 2z + 2)$</p>	<p>а) $z = 0$ – простой нуль; $z = \pi k, k \neq 0, k \neq 1$ – нули второго порядка; $z = \pi$ не является нулём функции;</p> <p>б) $z = \pm i$ – нули второго порядка, $z = 1 \pm i$ – простые нули.</p>
2 5	<p>Записать разложение функции из задачи 24 в окрестности нуля второго порядка этой функции.</p>	<p>$z^4 - 2z^3 + 5z^2 - 8z + 4 = i$ $5(z - 1)^2 + 2(z - 1)^3 + (z - 1)^4$</p>
2 6	<p>Определить порядок нуля $z = 0$ функции $f(z) = \sin^2 z * (e^{z^2} - 1)^3$. Разложить функцию по степеням z. С помощью полученного разложения найти значения производных $f^{(7)}(0), f^{(8)}(0), f^{(9)}(0)$.</p>	<p>$z = 0$. Нуль восьмого порядка, поэтому $f^{(7)}(0) = 0$, $f^{(8)}(0) = 8!$, $f^{(9)}(0) = 0$.</p>
2 7	<p>Разложить $f(z) = \sin z + \frac{1}{z}$ в окрестности $z_0 = \pi$.</p>	<p>$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z - \pi)^{2n-1}}{(2n-1)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z - \pi)^n}{\pi^{n+1}}$, $z - \pi < \pi$</p>
2 9	<p>Разложить $f(z) = \frac{1}{z} + \frac{z^2 - 2}{(z + 1)^2}$ в ряд:</p> <p>а) в окрестности $z_0 = -1$;</p> <p>б) в кольце $-1 < z - 1 < 2$.</p>	<p>а) $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} -(z + 1)^n - \frac{2}{z + 1} - \frac{1}{(z + 1)^2}$, $0 < z - 1 < 1$.</p> <p>б) $f(z) = \frac{-1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n + 5)}{2^{n+2}} (z - 1)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(z - 1)^n}$, $1 < z - 1 < 2$.</p>
3 1	<p>Разложить $f(z) = z - \frac{2}{z} + \frac{3}{(z - 1)^2}$ в ряд:</p> <p>а) в окрестности $z_0 = 1$;</p> <p>б) в кольце $1 < z + 1 < 2$.</p>	<p>а) $f(z) = -1 + 3(z - 1) - 2 \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n (z - 1)^n - \frac{3}{(z - 1)^2}$, $0 < z - 1 < 1$</p>



		$b) f(z) = \frac{-1}{4} + \frac{7}{4}(z+1) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3(n+1)}{2^{n+2}} (z+1)^n - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(z+1)^n},$ $1 < z+1 < 2$
3 2	Разложить $f(z) = \frac{z^4}{z^2-1}$ в окрестности: а) $z_0 = 0$; б) $z_0 = \infty$.	а) $f(z) = -\sum_{n=0}^{\infty} z^{2n+4}, z < 1$ б) $f(z) = z^2 + 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{z^{2n}}, z > 1$
3 3	Разложить в ряд: а) $f(z) = \sin z$ по степеням $(z-1)$; б) $f(z) = \sin(z-1)$ по степеням z ;	а) $f(z) = \cos 1 * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (z-1)^{2n-1}}{(2n-1)!} + \sin 1 * \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-1)^{2n}}{(2n)!}$ б) $f(z) = \cos 1 * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^{2n-1}}{(2n-1)!} - \sin 1 * \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$

3.3. Критерии оценивания по видам оценочных средств

Критерии оценивания теста

Оценка	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (максимум – 100)	Менее 60	60-75	76-95	96-100
Оценка	Не зачтено	Зачтено		
Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (максимум – 100)	Менее 60	60-100		

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1 Порядок проведения и содержание оценочных средств для промежуточной аттестации



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 17 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета в два этапа.

На первом этапе студент решает две задачи и отвечает письменно на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к зачету и типовыми практическими заданиями, билетами к зачёту.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
 по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 18 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Перечень вопросов к зачёту:

1. Комплексные числа в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Формула Эйлера.
2. Действия с комплексными числами. Формула Муавра.
3. Множества на комплексной плоскости.
4. Числовые последовательности с комплексными членами.
5. Числовые ряды с комплексными членами. Признаки сходимости.
6. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
7. Элементарные функции комплексного переменного: показательная функция, тригонометрические и гиперболические функции.
8. Элементарные функции комплексного переменного: логарифмическая функция, обратные тригонометрические и гиперболические функции.
9. Дифференцирование функции комплексного переменного. Свойства дифференцируемых функций.
10. Правила дифференцирования. Условия Коши-Римана.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
12. Аналитические функции.
13. Функциональные ряды.
14. Степенные ряды.
15. Ряд Тейлора. Основные разложения.
16. Ряд Лорана.
17. Классификация особых точек.
18. Основные теоремы интегрального исчисления. Теорема Коши для простого контура.
19. Теорема Коши для сложного контура.
20. Интегральная формула Коши.
21. Вычеты.
22. Логарифмический вычет.
23. Интегралы по замкнутому кругу от функций комплексного переменного.
24. Интегралы от функций действительного переменного (с помощью теории вычетов).

Перечень практических заданий к зачёту:

Условие	Ответ
Записать числа $z_1=1$, $z_2=-1$, $z_3=i$, $z_4=-i$ в тригонометрической форме.	$1 = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi$ $-1 = \cos(\pi + 2k\pi) + i \sin(\pi + 2k\pi)$ $i = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$ $-i = \cos\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right), k = 0, \pm 1, \dots$
Записать числа $z_1=1$, $z_2=-1$, $z_3=i$, $z_4=-i$ в показательной форме.	$1 = e^{2k\pi i}$ $-1 = e^{(\pi + 2k\pi) i}$ $i = e^{\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) i}$



	$-i = e^{\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right)i}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
Найти модуль и аргумент числа $z = -2i \left(\cos \frac{4\pi}{7} - i \sin \frac{4\pi}{7} \right)$	$ z = 2$ $Arg z = \frac{-15\pi}{14}$ $arg z = \frac{13\pi}{14}$
Найти модуль и аргумент числа $z = (1+i)(\sqrt{3}-i)$	$ z = 2\sqrt{2}$ $arg z = \frac{\pi}{12}$
Записать в тригонометрической форме число $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$	$\frac{1+i}{\sqrt{3}-i} = \sqrt{2}i$
Записать в тригонометрической форме число $(1+i)^5$	$(1+i)^5 = 2^2 \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{-3\pi}{4} + 2k\pi \right) + i \sin \left(\frac{-3\pi}{4} + 2k\pi \right) \right), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
Решить уравнение $z^6 - 1 = 0$	$z_1 = 1; z_2 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_3 = \frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_4 = -1; z_5 = \frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}; z_6 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$
Решить уравнение $z^3 - i = 0$	$z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}; z_2 = \frac{-\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}; z_3 = -i$
Найти корень уравнения $z^4 - 1 + i = 0$, для которого $Re z < 0$, $Im z > 0$	$z_3 = \sqrt[8]{2} * e^{\frac{15\pi}{16}i}$
Записать в комплексной форме уравнение: а) дуги окружности единичного радиуса с центром в начале координат, расположенной в первой четверти; б) биссектрисы первого координатного угла; в) отрезка ОА биссектрисы первого координатного угла, где А(1,1).	$a) z \bar{z} - 1 = 0, \Re z \geq 0, \Im z \geq 0$ $b) z - \bar{z}i = 0, \Re z \geq 0$ $c) \begin{cases} arg z = \frac{\pi}{4} \\ z \leq 1 \end{cases}$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 20 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Определить вид кривой, заданной соотношением $ z-2 = z+2i $.	$y = -x$	
Определить вид кривой, заданной соотношением $ z+2 = z-5 $.	$x = 1$	
Определить вид кривой, заданной уравнением $\operatorname{Im} \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$.	<i>Это уравнение окружности радиуса $R = 1$ с центром в точке $C(0, -1)$</i>	
Определить вид кривой, заданной уравнением $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = 1$.	<i>Это уравнение окружности радиуса $R = \frac{1}{2}$ с центром в точке $C\left(\frac{1}{2}, 0\right)$</i>	
Определить вид множества точек z , удовлетворяющих неравенству $\left \frac{z+2}{z+4}\right < 1$.	Правая полуплоскость, $\Re z > -3$	
Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+3ni}{i-n}$.	$\lim_{n \rightarrow \infty} 2+3i \frac{i}{i-n} = -3i$	
Найти предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{n} + i \frac{2n+1}{n} \right)$.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{n} + i \frac{2n+1}{n} \right) = 1+2i$	
Найти предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(ni \sin \frac{2}{n} + \left(\frac{1+i}{n} \right)^2 \right)$.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(i \sin \frac{2}{n} + \left(\frac{1+i}{n} \right)^2 \right) = 2i$	
Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i}{2} \right)^n$.	Ряд сходится абсолютно	



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 21 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3^n} + i \frac{1}{2^n} \right)$	Ряд сходится
Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2i)^n}{n!}$ сходится абсолютно.	Доказательство с помощью обобщенного признака Даламбера.
Найти образы координатных осей при отображении $w = \frac{1}{z}$	Образом действительной оси является действительная ось, образом мнимой оси - мнимая ось.
Найти образы координатных осей при отображении $w = 2iz$	Образом действительной оси является мнимая ось, образом мнимой оси - действительная ось.
Найти $\Re f(z)$, $\Im f(z)$, если $f(z) = e^{z^2}$	$\Re f(z) = e^{x^2-y^2} \cos 2xy$, $\Im f(z) = e^{x^2-y^2} \sin 2xy$
Найти $\Re f(z)$, $\Im f(z)$, если $f(z) = \sin z$	$\Re f(z) = \sin x \operatorname{ch} y$, $\Im f(z) = \operatorname{sh} y \cos x$
Найти модуль и аргумент числа $f(i)$, если $f(z) = \operatorname{tg} z$	$ f(z) = \frac{e^2 - 1}{e^2 + 1}$, $\arg f(z) = \frac{\pi}{2}$
Решить уравнение $e^z - 2 = 0$	$z_0 = \ln 2$
Решить уравнение $e^z + 2i = 0$	$z_0 = \ln 2 + i\pi$ и $z_0^i = \ln 2 - i \frac{\pi}{2}$
Найти модуль и аргумент производной $f'(z)$ в точке z_0 , если	$ f'(z) = 3$, $\arg f'(z) = 0$



$f(z) = \frac{z-4i}{z+2i}$, $z_0 = 1-i$.	
Исследовать на дифференцируемость функцию $f(z) = z$.	Функция не дифференцируема всюду.
Исследовать на дифференцируемость функцию $f(z) = e^z$.	Функция дифференцируема всюду.
Записать условие Коши-Римана в полярных координатах.	$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} * \partial v \\ \frac{\partial u}{\partial \varphi} = -r * \partial v \end{cases}$
Найти коэффициент растяжения и угол поворота в точке $z = 2i$ при отображении $w = \frac{z+1}{z+i}$.	$k = \frac{1}{9} \sqrt{2}$, $\text{угол} = \frac{-\pi}{4}$
Доказать аналитичность функции $\sin z$ во всей комплексной плоскости.	Доказательство с помощью условий Коши-Римана.
Найти аналитическую функцию $f(z) = u + iv$ по заданной её действительной части $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y$.	$v(x, y) = 3x^2y - 2x + (-y^3 + c)$
Найти образ окружности $x^2 + y^2 - 2x = 0$ при отображении	Образом будет прямая, $\Re w = 1$.



$w = \frac{2}{z}$	
Вычислить $\int_L z z dz$, где L — верхняя полуокружность $ z =1$, обход кривой L против часовой стрелки.	$\int_l z \dot{z} dz = i\pi$
Вычислить $\oint_C \frac{dz}{(z-a)^n}$, где C — окружность $ z-a =R$.	0 при $n \neq 1, 2\pi i$ при $n = 1$
Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если $C: z-2-i =2$.	0
Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если $C: z+2i =1$.	0
Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если $C: z =2$.	0
Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3 + 16z} dz$, если $C: z+1+i =2$.	0
Вычислить	$-\frac{\pi \operatorname{sh} 1}{16}$



$\oint_C \frac{\sin z}{z^3+16z} dz$, если $C: z+4i =2$.	
Вычислить $\oint_C \frac{\sin z}{z^3+16z} dz$, если $C: z-1+3i =2$.	$\frac{-\pi \operatorname{sh} 1}{16}$
Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z+i =1$.	0
Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z+2+i =2$.	$\frac{2\pi e^{-2}}{25}(4+3i)$
Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z-i =2$.	$\frac{2\pi i(1+i)}{(2+i)^2} e^i$
Вычислить $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$, если $C: z+2-i =3$.	$\frac{2\pi i}{(2+i)^2} (e^{-2} + e^i(1+i))$
Разложить по степеням z функцию $\operatorname{ch} 3z$.	$\operatorname{ch} 3z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{9^n z^{2n}}{(2n)!}$
Разложить по степеням z функцию e^{z+2} .	$e^{z+2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} z^n$



Разложить по степеням z функцию $\sin^2 z$.	$\sin^2 z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n} (-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$
Разложить по степеням z функцию $\ln(3+z)$.	$\ln(3+z) = \ln 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 3^n} z^n, \text{ при условии } \left \frac{z}{3} \right < 1$
Разложить по степеням $(z-2)$ функцию $\ln(1+z)$.	$\ln(1+z) = \ln 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 3^n} (z-2)^n, z-2 < 3$
Разложить по степеням $(z-2)$ функцию $\sin z$	$\sin z = \sin 2 * \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2)^{2n}}{(2n)!} + \cos 2 * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (z-2)^{2n-1}}{(2n-1)!}$
Разложить по степеням $(z-2)$ функцию e^z .	$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (z-2)^n$
Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{1}{1-az}$.	$\frac{1}{1-az} = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^n, z < \frac{1}{ a }$
Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{1}{a-z}$.	$\frac{1}{a-z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{a^{n+1}}, z < a $
Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2}$.	$\frac{1}{(1-z)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) z^n, z < 1$
Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{2z-1}{z+2}$.	$\frac{2z-1}{z+2} = 5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^n}{2^{n+1}} - \frac{1}{2}, z < 2$
Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{z^2-z+3}{z+2}$.	$\frac{z^2-z+3}{z+2} = \frac{3}{2} - \frac{5}{4} z + 9 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} z^n, z < 2$



<p>Функцию $\frac{z+2}{z^2-2z-3}$ разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z_0=0$.</p>	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4} \left((-1)^{n+1} - \frac{5}{3^{n+1}} \right) * z^n, z < 1$
<p>Функцию $\frac{z+2}{z^2-2z-3}$ разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z_0=1$.</p>	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+3}} \left((-1)^{n+1} - 5 \right) * (z-1)^n$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{2}{z^2-2z+2}$.</p>	$\frac{2}{z^2-2z+2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(1-i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right) z^n, z < \sqrt{2}$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{z+1}{(z-1)^2(z+2)}$.</p>	$\frac{z+1}{(z-1)^2(z+2)} = \frac{1}{9} \sum_{n=0}^{\infty} \left(6n+5 + \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n+1}} \right) z^n, z < 1$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{4}{4+z^2}$.</p>	$\frac{4}{4+z^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{4^n}, \left \frac{z^2}{4} \right < 1$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{z}{z^2-i}$.</p>	$\frac{z}{z^2-i} = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{i^{n+1}}, z < 1$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в ряд Лорана по степеням z.</p>	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 5 * 3^{n-1}}{4} * \frac{1}{z^n}, z > 3$



<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в ряд Лорана по степеням $(z-2)$.</p>	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n * 3^{n-1}}{4} + \frac{5}{4} \right) * 1 (z-2)^{-n},$ $ z-2 > 3$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в ряд Лорана по степеням $(z-1)$.</p>	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{4} + 5 * 2^{n-3} \right) * 1 (z-1)^{-n}, z-1 > 2$
<p>Записать разложения функции $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)}$ в окрестностях особых точек.</p>	$\frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)} = \frac{-5}{z+1} + \frac{-1}{(z+1)^2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5(z+1)^n}{4^{n+3}}, 0 < z+1 < 4$ $\frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)} = \frac{5}{z-3} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+6)}{4^{n+3}} (z-3)^{-n}, 0 < z-3 < 4$
<p>Записать разложения функции $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$ в окрестностях особых точек.</p>	$\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \frac{-1}{z+1} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5(z+1)^n}{4^{n+2}}, 0 < z+1 < 4$ $\frac{z+2}{z^2-2z-3} = \frac{5}{z-3} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4^{n+2}} (z-3)^{-n},$ $0 < z-3 < 4$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{1-\cos z}{z^2}$.</p>	$\frac{1-\cos z}{z^2} = \frac{1}{2} - \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} - \dots$
<p>Разложить по степеням z функцию $f(z) = \frac{\sin z}{z}$.</p>	$\frac{\sin z}{z} = 1 - \frac{z^2}{3!} + \frac{z^4}{5!} - \dots$
<p>Исследовать поведение и вид ряда Лорана в окрестности особой</p>	<p>Особенностью ряда для функции $\frac{\sin z}{z}$ является отсутствие главной части в z</p>



точки $z=0$ функции $f(z) = \frac{\sin z}{z}$.	разложении её в окрестности точки $z=0$ – особой точки этой функции Особенностью поведения функции в этой точке – существование конечного предела, равного 1.
Исследовать поведение и вид ряда Лорана в окрестности особой точки $z=0$ функции $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$.	Разложение функции $e^{\frac{1}{z}}$ в окрестности точки $z=0$ содержит бесконечное множество членов главной части. Пределы этих функций в точке $z=0$ не существуют.
Определить тип особой точки $z=0$ для функции $f(z) = \frac{\sin z}{z}$.	Устранимая особая точка функции $\frac{\sin z}{z}$
Определить тип особой точки $z=0$ для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$.	Существенная особая точка для функции $e^{\frac{1}{z}}$
Определить тип особой точки $z=0$ для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z^2}}$.	Существенная особая точка для функции $e^{\frac{1}{z^2}}$
Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{\sin z}{z^4 + 1}$ и определить их вид.	$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i), z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i), z_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1-i), z_4 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$ Все точки изолированные и являются полюсами
Определить тип особых точек функции $f(z) = \frac{z+2}{z^2 - 2z - 3}$.	$z = -1$ – полюс первого порядка. $z = 3$ – полюс первого порядка. $z = \infty$ – устранимая особая точка функции.
Определить тип особых точек функции $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)}$.	$z = 3$ – полюс первого порядка. $z = -1$ – полюс второго порядка. $z = \infty$ – устранимая особая точка функции.



Исследовать точку $z = \infty$ для функции $f(z) = \frac{1}{z^2(z-2)}$.	$z = \infty$ - нуль третьего порядка.
Исследовать точку $z = \infty$ для функции $f(z) = \frac{z^2+1}{3z^2-2}$.	$z = \infty$ - устранимая особая точка функции.
Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z^2-4z+3}{(z-1)^3(z+2)^2}$ и определить их вид.	Особые точки: $z_1 = 1, z_2 = -2$. $z_1 = 1$ - полюс второго порядка. $z_2 = -2$ - полюс второго порядка.
Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z+2i}{z^3+8i}$ и определить их вид.	Особые точки: $z_1 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right), z_2 = 2i, z_3 = 2\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right)$. Они все являются простыми полюсами функции.
Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z-2i}{z^3+8i}$ и определить их вид.	Особые точки: $z_1 = \sqrt{3} - i, z_2 = 2i, z_3 = -\sqrt{3} - i$. $z_2 = 2i$ - устранимая особая точка. z_1 и z_3 - простые полюсы.
Найти все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z^6+z^4-z^2-1}{(z^2-4z+3)^2}$ и определить их вид.	$z_1 = 1$ - простой полюс функции. $z_2 = 3$ - полюс второго порядка.
Определить тип особой точки $z = \infty$ для функции $f(z) = z^2(z-2)$.	$z = \infty$ - полюс третьего порядка.
Определить тип особой точки $z = \infty$ для функции $f(z) = \frac{z^5+z^2+1}{z^3-2z}$.	$z = \infty$ - полюс второго порядка.



Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$	$\Re s_{-1} f(z) = \frac{-1}{4}, \Re s_3 f(z) = \frac{5}{4}, \Re s_{\infty} f(z) = -1$
Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)}$	$\Re s_{-1} f(z) = \frac{-5}{16}, \Re s_3 f(z) = \frac{5}{16}, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
Найти вычеты в особых точках $f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}$	$\Re s_0 f(z) = \frac{1}{24}, \Re s_{\infty} f(z) = \frac{-1}{24}$
Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{1-\cos z}{z^2}$	$\Re s_0 f(z) = 0, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z+2i}{z^3+8i}$	$\Re s_{2i} f(z) = \frac{-i}{3}, \Re s_{z_2} f(z) = \frac{8i}{3*16},$ $\Re s_{z_3} f(z) = \frac{i}{6}, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
Найти вычеты в особых точках $f(z) = \frac{z-2i}{z^3+8i}$	$\Re s_{2i} f(z) = 0, \Re s_{z_2} f(z) = \frac{1}{2\sqrt{3}},$ $\Re s_{z_3} f(z) = \frac{-1}{2\sqrt{3}}, \Re s_{\infty} f(z) = 0$
Найти вычеты в $z = \infty$ $f(z) = \frac{z+2}{z^2-2z-3}$	$\Re s_{\infty} f(z) = -1$
Найти вычеты в $z = \infty$ $f(z) = \frac{z+2}{(z+1)^2(z-3)}$	$\Re s_{\infty} f(z) = 0$
Вычислить интеграл $\oint_C \frac{dz}{z^4+1}, C: z-1 =1$	$\oint_C \frac{dz}{z^4+1} = \frac{-\sqrt{2}\pi i}{2}, C: z-1 =1$



Вычислить интеграл $\oint_C z^3 e^{\frac{1}{z}} dz$, $C: z =1$	$\oint_{ z =1} z^3 e^{\frac{1}{z}} dz = \frac{\pi i}{12}$
Вычислить интеграл $\oint_C \frac{dz}{(z+3)(z^{15}-1)}$, $C: z =2$	$\oint_{ z =2} \frac{dz}{(z+3)(z^{15}-1)} = \frac{2\pi i}{3^{15}+1}$
Вычислить интеграл $\oint_C \frac{\sin z dz}{z^2(z^2-1)^2}$, контур, состоящий из дуги окружности $ z =2$, $\text{Im } z \geq -\frac{1}{2}$ и отрезка прямой $\text{Im } z = -\frac{1}{2}$.	$\oint_C \frac{\sin z dz}{z^2(z^2-1)^2} = \frac{\pi i}{2} (4 + \text{ch } 1 - 3 \text{sh } 1)$
Вычислить интеграл $\oint_C \frac{dz}{z^4+1}$, состоящий из верхней полуокружности $ z =R$, $R>1$, $\text{Im } z \geq 0$ и отрезка дей- ствительной оси.	$\oint_C \frac{dz}{z^4+1} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$
Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(5+4\cos x)^2}$.	$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(5+4\cos x)^2} = \frac{10\pi}{27}$
Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4+1}$.	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4+1} = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 32 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2+3)dx}{(x^2+2x+17)^2}$.	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2+3)dx}{(x^2+2x+17)^2} = \frac{5\pi}{32}$
Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)^3}$	$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)^3} = \frac{\pi}{128}$
Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2-ix-1)^2}$.	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2-ix-1)^2} = \frac{\pi}{9}$
Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4-2i}$.	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4-2i} = \frac{\pi}{8} e^{\frac{3\pi}{8}i}$
Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x dx}{1+x^2}$.	$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} e^{-1}$
Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1) \cos x dx}{x^2-2x+2}$.	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1) \cos x dx}{x^2-2x+2} = \pi e^{-1} i$
Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+1)}$.	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+1)} = \frac{3 \arctan x}{8} + \frac{3x^3+5x}{8x^4+16x^2+8}$
Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix} dx}{(x^2+2ix-2)^2}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix} dx}{(x^2+2ix-2)^2} = 0$
Записать числа $z_1=1$, $z_2=-1$, $z_3=i$, $z_4=-i$ в тригонометрической форме.	$1 = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi$ $-1 = \cos(\pi + 2k\pi) + i \sin(\pi + 2k\pi)$ $i = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 33 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

$$-i = \cos\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{2} + 2k\pi\right), k = 0, \pm 1, \dots$$

4.2 Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	
		Не зачтено	Зачтено
ОПК-1	Знает Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного. Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке.	Не знает Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного. Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке.	Знает Основные принципы теории комплексных чисел и множеств на комплексной плоскости; признаки сходимости числовых рядов; основные разложения функций в степенные ряды; вид элементарных функций комплексного переменного. Условие дифференцируемости функции в точке; интегральную формулу Коши; классификацию особых точек; основные формулы для нахождения вычета функции в точке.
	Умеет Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых точках; вычислять контурные интегралы, определённые	Не умеет Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых точках; вычислять контурные интегралы, определённые интегралы от функций действительного	Умеет Записывать комплексные числа в трёх формах; выполнять действия с комплексными числами; исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды; определять область сходимости функционального ряда. Применять условия Коши-Римана для определения области дифференцируемости функции; определять виды особых точек функции; находить вычеты в особых точках; вычислять контурные интегралы, определённые интегралы от функций действительного



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 34 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

интегралы от функций действительного переменного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории вычетов.	переменного с помощью теории вычетов.	ного, несобственные интегралы от функций действительного переменного с помощью теории вычетов.
Владеет навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	Не владеет навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.	Владеет навыками дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.

4.3 Критерии оценивания зачета

Критериями устного ответа выступают следующие качества знаний:

полнота – количество знаний об изучаемом объекте, входящих в программу;

глубина – совокупность осознанных знаний об объекте;

конкретность – умение раскрыть конкретные проявления обобщённых знаний (доказать на примерах основные положения);

системность – представление знаний об объекте в системе, с выделением структурных её элементов, расположенных в логической последовательности;

развёрнутость – способность развернуть знания в ряд последовательных шагов;

осознанность – понимание связей между знаниями, умение выделить существенные и несущественные связи, познание способов и принципов получения знаний.

Письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины оценивается положительно с выставлением оценки «зачтено» в следующих случаях:

- студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, решает соответствующие задачи, теоретические выводы подтверждает примерами, фактами, данными научных исследований; осуществляет межпредметные связи, предложения. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения и профессионально-личностную позицию по излагаемому вопросу. Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения, доказательно раскрыты основные положения (свободно оперирует понятиями и терминами); в ответе прослеживается чёткая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен литературным грамотным языком и носит самостоятельный характер.

– ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; были допущены неточности в определении понятий и терминов, допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов преподавателя.

– студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 35 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

ошибки в определении понятий, формулировке положений, не привлекает для аргументации ответа основные положения концептуальных и нормативных документов, не умеет обосновать свои суждения; наблюдается нарушение логики изложения; в ответе не присутствуют доказательные выводы; сформированность умений показана слабо. Ответ отличается низким уровнем самостоятельности, не содержит собственной профессионально-личностной позиции.

Оценка «не зачтено» за письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины выставляется в случаях, когда:

– студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; не ориентируется в нормативно-концептуальных, программно-методических, исследовательских материалах, беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете.

4.4. **Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций**

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	зачтено
Базовый	зачтено
Пороговый	зачтено
компетенции не сформированы	не зачтено

Уровни формирования компетенций:

1. Пороговый уровень:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание сущности, основ комплексного анализа;
- студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины на удовлетворительном уровне.

2. Базовый уровень:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание особенностей и применения методов комплексного анализа;
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины; способен решать практические задания.

3. Продвинутый уровень:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, используя



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 36 из 36

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

- ет полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин, обнаруживает готовность к самостоятельной профессиональной деятельности;
- студент способен аргументировать собственную точку зрения, формулировать собственные выводы на основе применения усвоенных компетенций.