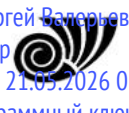


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 21.05.2026 01:14:18  
Уникальный программный ключ:  
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e87761f7



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств  
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

***Дифференциальные уравнения***

Направление подготовки  
*01.03.02 Прикладная математика и информатика*

Направленность (профиль)  
*Математическое моделирование*

Присваиваемая квалификация  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Миасс 2026 г.

**01.03.02 Прикладная математика и информатика, Математическое моделирование,  
Дифференциальные уравнения, 2026, очная**

**Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:**

Проректор по учебной работе      утверждено 27.02.26      А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета  
Миасского филиала ФГБОУ ВО  
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

**Заседанием кафедры прикладной математики**

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.В. Дутикова

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от  
«13» апреля 2021 г. № 247-1**



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль): Математическое моделирование

Дисциплина: Дифференциальные уравнения

Семестры изучения: 3,4


Форма промежуточной аттестации: экзамен в 3 семестре, курсовая работа и экзамен в 4 семестре.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов мате-	<i>Знать</i> основные понятия теории дифференциальных уравнений, методы решения дифференциальных уравнений и систем различных типов; качественную теорию дифференциальных уравнений, теоремы существования и единственности решения дифференциальных уравнений и систем различных типов.  <i>Уметь</i> составлять дифференциальные уравнения, определять тип дифференциальных уравнений и систем и интегрировать их; решать задачу Коши и краевые задачи для дифференциальных уравнений и систем, исследовать особые решения и особые точки дифференциальных уравнений и систем.  <i>Владеть</i> навыками решения дифферен-

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 4 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

		матики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	циальных уравнений и систем различных типов, решения задач на составление дифференциальных уравнений и систем; навыками самостоятельного исследования дифференциальных уравнений и систем и применения численных методов их решения.
--	--	--	--

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### 3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.	ОПК-1 <i>знать</i> определение и области применения дифференциальных уравнений, геометрическую интерпретацию, метод разделения переменных, методы решения однородных уравнений, уравнений, приводящиеся к однородным, линейных уравнений, уравнений Бернулли, уравнений Риккати, уравнений в полных дифференциалах; теорему существования и единственности для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной и её геометрический смысл; <i>уметь</i> составлять дифференциальные уравнения данного семейства кривых; применять метод изоклин для решения уравнений первого порядка; применять методы интегрирования уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной находить интегрирующий множитель дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной; находить особые решения уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной; <i>владеть</i> навыками интегрирования однородных уравнений, уравнений, приводящиеся к однородным, линейных уравнений, уравнений Бернулли, уравнений Риккати, уравнений в полных дифференциалах; навыками решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.	Контрольная работа №1	Вопросы к экзамену Типовые задачи
2	Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.	ОПК-1 <i>знать</i> общий метод введения параметра, методы решения уравнения Лагранжа, Клеро; понятие особого решения, способы нахождения особых решений, теорию линейных уравнений; <i>уметь</i> находить особые решения уравнений Кле-	Контрольная работа №2	Вопросы к экзамену Типовые задачи



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 5 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		ро, решать задачу о траекториях; применять общую теорию линейных уравнений для решения однородных уравнений с постоянными коэффициентами, линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами, уравнений Эйлера; <i>владеть</i> навыками решения уравнений первого порядка, не разрешенные относительно производной; навыками решения линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами, линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами, уравнений Эйлера.		
3	Дифференциальные уравнения высших порядков	ОПК-1 <i>знать</i> методы интегрирования диф. уравнений с помощью степенных и тригонометрических рядов, теоремы о приведении к виду без первой производной, типы уравнений $n$ -го порядка, разрешаемые в квадратурах, типы уравнений, допускающих понижение порядка; теорию линейных уравнений второго порядка с колеблющимися решениями, применение теоремы сравнения. <i>уметь</i> находить решение диф. уравнений с помощью степенных и тригонометрических рядов; решать краевые задачи для линейного неоднородного уравнения 2-го порядка, строить функцию Грина краевой задачи, находить собственные значения и собственные функции краевой задачи; <i>владеть</i> навыками решения дифференциальных уравнений $n$ -го порядка; навыками решения линейных уравнений 2-го порядка и краевых задач для них.	Контрольная работа №3, курсовая работа	Вопросы к экзамену Типовые задачи
4	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	ОПК-1 <i>знать</i> каноническую и нормальную форму Коши системы дифференциальных уравнений; механическую интерпретацию системы дифференциальных уравнений, понятие фазовой плоскости; теорию систем линейных уравнений: линейные свойства, ФСР; теорему об общем решении неоднородной линейной системы, теорема о построении решения неоднородной системы методом вариации постоянных. <i>уметь</i> приводить системы дифференциальных уравнений к эквивалентному уравнению $n$ -го порядка методом исключения; строить системы линейных уравнений, имеющих заданную систему решений; приводить системы дифференциальных уравнений к канонической и нормальной форме; решать линейные однородные системы с постоянными коэффициентами методами Эйлера, матричным методом; решать линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами; решать системы в симметричной форме.; <i>владеть</i> навыками отыскания общего и частного	Контрольная работа №4, курсовая работа	Вопросы к экзамену Типовые задачи



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

решения системы; навыками решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений.

## Контрольная работа №1

### «Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной»

I вариант	II вариант
<p><b>Задача 1.</b> Найти кривые, у которых площадь трапеции, ограниченной осями координат, касательной и ординатой точки касания, есть величина постоянная, равная <math>3a^2</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>y = ax^3 + 2a^2</math></p>	<p><b>Задача 1.</b> Найти кривые, у которых площадь треугольника, ограниченного касательной, осью абсцисс и отрезком от начала координат до точки касания, есть величина постоянная, равная <math>a^2</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>xy = cy^2 + a^2</math></p>
<p><b>Задача 2.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>y' - 2xy + y^2 = 5 - x^2</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>y = x + 2 + \frac{4}{ce^{4x} - 1}</math></p>	<p><b>Задача 2.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>3y' + y^2 + \frac{2}{x^2} = 0</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>y = \frac{1}{x} + \frac{1}{cx^{\frac{2}{3}} + x}</math></p>
<p><b>Задача 3.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>xe^{-y} - y^2 = c</math></p>	<p><b>Задача 3.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>4y \ln x + y^4 = c</math></p>
<p><b>Задача 4.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>y' = 2 \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>y + 2 = ce^{-2 \operatorname{arctg} \frac{y+2}{x-3}}</math></p>	<p><b>Задача 4.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>(y+2) dx = (2x + y - 4) dy</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>(y+2)^2 = c(x+y-1), y = 1 - x</math></p>
<p><b>Задача 5.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>y^2 dx - (xy + x^3) dy = 0</math>, сделав замену переменных.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>y^2 = x^2(c - 2y), x = 0</math></p>	<p><b>Задача 5.</b> Решить дифференциальное уравнение <math>\left( y - \frac{1}{x} \right) dx + \frac{dy}{y} = 0</math>, сделав замену переменных.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>(x^2 - c)y = 2x</math></p>

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хра-



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 7 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

няются на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

## 4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 4.1. Порядок проведения и содержание оценочных средств промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена в 3 семестре, в форме защиты курсовой работы и экзамена 4 семестре.

#### Порядок проведения экзамена

Экзамен проходит в два этапа. На первом этапе студент письменно решает одну задачу и отвечает на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к экзамену и типовыми задачами, образцами экзаменационных билетов, темами курсовых работ.

#### База вопросов к экзамену 3 семестра

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильный ответ*	Код контролируемой компетенции
<i>Раздел 1. Уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной</i>			
1	Понятие дифференциального уравнения, геометрическая интерпретация. Составление дифференциального уравнения данного семейства кривых.	[Л1.1], с. 15-17; [Л1.8], с.13-15	ОПК-1
2	Поле направлений. Метод изоклин. Метод разделения переменных.	[Л1.1], с. 28-22, с.40-41	ОПК-1
3	Однородные уравнения и приводящиеся к ним уравнения.	[Л1.1], с.50-54	ОПК-1
4	Линейные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянного.	[Л1.1], с.56-58	ОПК-1
5	Уравнения Бернулли и Риккати.	[Л1.1], с.62-70	ОПК-1
6	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель и его свойства.	[Л1.1], с.77-72, 82-85	ОПК-1
7	Теорема существования и единственности решения	[Л1.8], с.57-64	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 8 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	дифференциального уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной.		
8	Продолжение решения и построение общего решения дифференциального уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной.	[Л1.8], с.64-68	ОПК-1
<i>Раздел 2. Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной</i>			
2	Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной: общий метод интегрирования уравнений 1-го порядка n-й степени.	[Л1.1], с.27-22	ОПК-1
10	Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной: уравнения, не содержащие явно одного из переменных (неполные уравнения), общий метод введения параметра.	[Л1.1], с.42-52, с.101-105	ОПК-1
11	Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения и способы их нахождения.	[Л1.1], с.108-110 [Л1.8], с.132-134	ОПК-1
12	Задача о траекториях.	[Л1.8], с.135-138	ОПК-1
13	Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка, общие свойства, свойства линейного дифференциального оператора и свойства решений однородного уравнения n-го порядка.	[Л1.8], с.180-185	ОПК-1
14	Определитель Вронского и его свойства, фундаментальная система решений (ФСР) и её свойства, формула Остроградского-Лиувилля и её применение для нахождения общего решения линейного уравнения 2-го порядка.	[Л1.1], с.178-180	ОПК-1
15	Линейное неоднородное уравнение n-го порядка: теорема об общем решении, свойства частных решений, метод вариации постоянных для решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка.	[Л1.1], с.137-138	ОПК-1
16	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Отыскание решений для различных случаев корней характеристического уравнения.	[Л1.1], с.131-134	ОПК-1
17	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Отыскание частных решений в случае специальной правой части.	[Л1.1], с.141-142	ОПК-1
18	Уравнения, приводящиеся к уравнению с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера.	[Л1.1], с.167-162	ОПК-1
<b>База вопросов к экзамену 4 семестра</b>			
<i>Раздел 3. Дифференциальные уравнения высших порядков</i>			
12	Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.	[Л1.1], с.335-337, 347	ОПК-1
20	Применение тригонометрических рядов для нахождения	[Э1], с.137-132	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 2 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	ния частного решения линейного неоднородного уравнения 2-го порядка.		
21	Линейные однородные уравнения 2-го порядка. Теоремы о приведении уравнения к самосопряженной форме и к форме без первой производной.	[Л1.8], с.241-244	ОПК-1
22	Линейные уравнения 2-го порядка с колеблющимися решениями. Теорема о неколеблущихся решениях.	[Л1.8], с.250-252	ОПК-1
23	Теорема Штурма, теорема сравнения и её применение.	[Л1.8], с.253-255	ОПК-1
24	Краевые задачи для линейного неоднородного уравнения 2-го порядка. Функция Грина краевой задачи.	[Л1.1], с.123-125 [Л1.3], с.150-165 [Л1.8], с.211-213	ОПК-1
25	Собственные значения и собственные функции краевой задачи. Задача Штурма-Лиувилля.	[Э1], с.118-120	ОПК-1
26	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений в нормальной форме.	[Л1.8], с.141-142	ОПК-1
28	Построение общего решения дифференциального уравнения n-го порядка.	[Л1.8], с.150-152	ОПК-1
22	Типы уравнений n-го порядка, разрешаемые в квадратурах.	[Л1.8], с.154-161	ОПК-1
30	Уравнения n-го порядка, допускающие понижение порядка.	[Л 1.1], с.113-122	ОПК-1
<i>Раздел 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений</i>			
31	Каноническая форма системы дифференциальных уравнений, приведение системы в канонической форме к системе в нормальной форме.	[Л1.8], с.260-262	ОПК-1
32	Нормальная форма Коши системы дифференциальных уравнений, приведение её к эквивалентному уравнению n-го порядка (метод исключения).	[Л1.1], с.212-214	ОПК-1
33	Механическая интерпретация системы дифференциальных уравнений. Фазовая плоскость. Особые точки.	[Л1.1], с.303-310	ОПК-1
34	Системы линейных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения для линейной системы.	[Л1.8], с.270-274	ОПК-1
35	Системы линейных однородных уравнений: линейные свойства, ФСР. Построение системы линейных уравнений, имеющих заданную систему решений.	[Л1.8], с.275-272	ОПК-1
36	Системы линейных неоднородных уравнений: теорема об общем решении, теорема о построении решения неоднородной системы методом вариации постоянных.	[Л1.1], с.218-212, с.223-224; [Л1.8], с.280-283	ОПК-1
37	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами: решение методом Эйлера и матричным методом.	[Л1.1], с.122-125, с.203-204	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное  
 учреждение высшего образования  
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
 Миасский филиал  
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
 по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 10 из 12

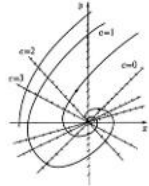
Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

38	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами.	[Л1.8], с.224-222	ОПК-1
32	Первые интегралы системы дифференциальных уравнений, их свойства.	[Л1.8], с.307-311	ОПК-1
40	Симметричная форма системы дифференциальных уравнений.	[Л1.8], с.311-315	ОПК-1

\* Правильный ответ приведен на указанной странице в указанном источнике из списка литературы в РПД.

### Перечень типовых задач

№ п/п	Формулировка задачи	Решение/ответ	Код контролируемой компетенции
1	Найти частное решение уравнения $y' \sin x = y \ln y$ , удовлетворяющее условию $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	$y = 1$	ОПК-1
2	Решить уравнение $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$	$y = (x^2 + C)e^{-x^2}$	ОПК-1
3	Проинтегрировать уравнение $y = 2xy' + \ln y'$	$x = \frac{C}{p^2} - \frac{1}{p}, y = \ln p + \frac{2C}{p} - 2$	ОПК-1
4	Составить дифференциальное уравнение семейства прямых, отстоящих от начала координат на расстояние, равное единице.	$y = xy' + \sqrt{1 + (y')^2}$	ОПК-1
5	Найти уравнение семейства линий, ортогональных к семейству $x^2 + y^2 = 2ax$	$x^2 + y^2 = Cy$	ОПК-1
6	Найти особые решения дифференциального уравнения $xy' + (y')^2 - y = 0$	$y = -\frac{x^2}{4}$	ОПК-1
7	Решить уравнение $y''' = \sqrt{1 + (y'')^2}$	$y = \text{sh}(x + C_1) + C_2x + C_3$	ОПК-1
8	Найти общее решение уравнения $y'' - 6y' + 9y = 25e^x \sin x$	$y = (C_1 + C_2x)e^{3x} + e^x(4 \cos x + 3 \sin x)$	ОПК-1
2	Решить краевую задачу $y'' - y' = 0, y'(0) = 0, y'(1) = 1$	$y = \frac{\text{ch } x}{\text{ch } 1}$	ОПК-1
10	Построить фазовые траектории для уравнения $x - x + x = 0$		ОПК-1
11	Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи $y'' + \lambda^2 y = 0, (\lambda \neq 0), y'(0) = 0, y(\pi) = 0$	$y_n(x) = \cos \frac{2n+1}{2} x$	ОПК-1
12	Проинтегрировать систему $\begin{cases} x = y + 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$	$x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} - 1$ $y = C_1 e^t - C_2 e^{-t} - 1$	ОПК-1
13	Решить задачу Коши для системы	$x = 4e^t + 2e^{-t}$	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 11 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	$\begin{cases} x = 3x + y, \\ y = -x - 3y, \end{cases} \quad x(0) = 6, y(0) = -2$	$y = -e^t - e^{-t}$	
14	Методом вариации постоянных решить систему $\begin{cases} x = -2x - 4y + 1 + 4t \\ y = -x + y + \frac{3}{2}t^2 \end{cases}$	$\begin{aligned} x &= -C_1 e^{2t} + 4C_2 e^{-3t} + t + t^2 \\ y &= C_1 e^{2t} + C_2 e^{-3t} - \frac{1}{2} + t^2 \end{aligned}$	ОПК-1
15	Решить систему уравнений в симметричной форме $\frac{dt}{4y - 5x} = \frac{dx}{5t - 3y} = \frac{dy}{3x - 4t}$	$3t + 4x + 5y = C_1, \quad t^2 + x^2 + y^2 = C_2$	ОПК-1
16	Найти четыре первых члена разложения в степенной ряд решения уравнения $y'' = e^{xy}$ для начальных условий $y(0) = 1, y'(0) = 0$	$y(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$	ОПК-1

### Образец билета к экзамену 3 семестра:

ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Направление «Прикладная математика и информатика»  
Дисциплина «Дифференциальные уравнения»

#### Экзаменационный билет №5

1. Уравнения Бернулли и Риккати.
2. Линейное однородное уравнение n-го порядка: свойства линейного дифференциального оператора и свойства решений однородного уравнения n-го порядка.
3. Решить уравнение:  $y'' + 2y' + y = x(e^{-x} - \cos x)$ .

Преподаватель

Е.В. Дутикова

Заведующий кафедрой прикладной математики

Е.В. Дутикова

### Образец билета к экзамену 4 семестра:

ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Направление «Прикладная математика и информатика»  
Дисциплина «Дифференциальные уравнения»

#### Экзаменационный билет №1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

1. Применение тригонометрических рядов для нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения 2-го порядка.
1. Уравнения, допускающие понижение порядка: однородные уравнения.
2. Решить систему: 
$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2x + 4y - 8 \\ \dot{y} &= 3x + 6y \end{aligned}$$

Преподаватель

Е.В. Дутикова

Заведующий кафедрой прикладной математики

Е.В. Дутикова

### Выполнение и защита курсовой работы

Курсовые работы являются частью плановой учебной нагрузки студентов. Общими требованиями к работе являются четкость и логическая последовательность изложения материала; краткость и точность формулировок, исключающих возможность неоднозначности толкования; конкретность изложения; практическая значимость; правильность оформления.

Курсовая работа должна быть выполнена в течение одного семестра. Работу следует проводить ритмично, при соблюдении назначенных научным руководителем сроков выполнения ее отдельных частей.

Курсовая работа представляет собой самостоятельное научное исследование, выполненное студентом на основе материала курса "Дифференциальные уравнения" и изученных ранее дисциплин. Исходя из целей и задач в курсовой работе предполагаются следующие этапы:

1. Выбор темы.
2. Составление плана, подбор и изучение необходимых источников.
3. Отбор информации по теме и ее обобщение.
4. Выполнение расчетных и графических работ.
5. Оформление курсовой работы в соответствии с требованиями методических указаний.
6. Защита курсовой работы.

Защита курсовой работы представляет собой отчет по теме работы. На защите студенту предоставляется слово для доклада продолжительностью 7–10 минут, в котором должны быть кратко сформулированы цели и задачи работы, предмет исследования, основное содержание работы, выводы. Присутствующие при защите курсовых работ имеют право задавать выступающему дополнительные вопросы. По итогам защиты и представленной работы выставляется оценка в ведомость.

*Темы курсовых работ на применение приближённых и численных методов*



1. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений: метод последовательных приближений Пикара, Щелкунова, Чаплыгина, Канторовича
2. Приближенное решение краевой задачи для диф. уравнения методом коллокаций, конечных разностей, прогонки.
3. Вариационные (наименьших квадратов, Рунге) и проекционные методы (моментов, Галеркина) решения краевых задач для дифференциальных уравнений..
4. Интегрирование уравнения Бесселя с помощью степенных рядов.
5. Приближенное решение интегральных уравнений Фредгольма методом замены ядра уравнения на вырожденное ядро.
6. Решение задачи Коши для линейного дифференциального уравнения путем сведения его к интегральному уравнению Вольтерра.
7. Решение Краевой задачи для линейного дифференциального уравнения путем сведения его к интегральному уравнению Вольтерра.
8. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.

*Темы курсовых работ на построение математических моделей*

1. Построение математической модели распространения заболевания.
2. Анализ математической модели запуска с Земли космических аппаратов.
3. Построение математической модели замерзания водоема.
4. Построение математической модели взлета самолета под действием силы тяги реактивного двигателя с переменным вектором тяги.
5. Построение математической модели динамики роста растения.
6. Построение математической модели системы «хищник-жертва».
7. Построение математической модели падения вращающегося шара.
8. Анализ математической модели иммунного ответа на вирусную инфекцию.
9. Построение математической модели конкурентного рынка.
10. Построение математической модели изменения концентрации вещества в результате химической реакции.
11. Построение математической модели замкнутой экосистемы с двумя уровнями и одним биогеном.
12. Построение математической модели роста листа растения.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное  
 учреждение высшего образования  
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
 Миасский филиал  
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
 по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 14 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## 4.2. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1	<i>Знать</i> основные понятия теории дифференциальных уравнений, методы решения дифференциальных уравнений и систем различных типов; качественную теорию дифференциальных уравнений, теоремы существования и единственности решения дифференциальных уравнений и систем различных типов.	Свободно оперирует понятиями, терминами, точно формулирует определения и теоремы, знает методы решения уравнений и систем. Знает качественную теорию дифференциальных уравнений, теоремы существования и единственности решения дифференциальных уравнений и систем различных типов с доказательствами.	Уверенно оперирует понятиями, терминами, формулирует определения и основные теоремы, в основном знает методы решения уравнений и систем. Знает основные понятия качественной теории дифференциальных уравнений, формулировки и идею доказательства теорем существования и единственности решения дифференциальных уравнений и систем различных типов	Частично владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует некоторые определения и теоремы, методы решения уравнений и систем. Знает некоторые понятия качественной теории дифференциальных уравнений, формулировки теорем существования и единственности решения дифференциальных уравнений и систем различных типов	Не владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует или не формулирует определения и теоремы, не знает методы решения уравнений и систем.. Не знает качественную теорию дифференциальных уравнений, теоремы существования и единственности решения дифференциальных уравнений и систем различных типов
	<i>Уметь</i> составлять дифференциальные уравнения, определять тип дифференциальных уравнений и систем и интегрировать их; решать задачу Коши и краевые задачи для дифференциальных уравнений и систем, исследовать особые решения и особые точки дифференциальных уравнений и систем.	Точно определяет тип уравнений и применяет методы решения уравнений и систем, решает задачи на составление дифференциальных уравнений. Решает задачу Коши и краевую задачу для уравнений различных типов, находит и исследует особые решения и особые точки уравнений и систем	Уверенно определяет тип уравнений и применяет методы решения уравнений и систем, с подсказкой решает задачи на составление дифференциальных уравнений. В основном решает задачу Коши и краевую задачу для уравнений, находит и исследует особые решения и особые точки уравнений и систем	Затрудняется в определении типа некоторых уравнений и применении методов решения уравнений и систем, затрудняется в решении задач на составление дифференциальных уравнений. Решает задачу Коши и краевую задачу для некоторых уравнений, с подсказкой находит и исследует особые решения и особые точки	Ошибочно определяет тип уравнений и не умеет применять методы решения уравнений и систем, затрудняется в решении задач на составление дифференциальных уравнений. Не решает задачу Коши и краевую задачу для уравнений различных типов, не умеет находить и исследовать особые решения и особые точки уравнений и систем



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 15 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_


				уравнений и систем	
	<i>Владеть</i> навыками решения дифференциальных уравнений и систем различных типов, решения задач на составление дифференциальных уравнений и систем; навыками самостоятельного исследования дифференциальных уравнений и систем и применения численных методов их решения.	Свободно владеет навыками решения дифференциальных уравнений и систем различных типов, решения задач на составление дифференциальных уравнений и систем. Самостоятельно выполняет исследование уравнений и систем в курсовой работе, применяет численные методы их решения.	Уверенно владеет навыками решения дифференциальных уравнений и систем различных типов, решения задач на составление дифференциальных уравнений и систем. В основном самостоятельно выполняет исследование уравнений и систем в курсовой работе, с подсказками применяет численные методы их решения.	Слабо владеет навыками решения дифференциальных уравнений и систем различных типов, решения задач на составление дифференциальных уравнений и систем. Выполняет исследование уравнений и систем в курсовой работе с помощью преподавателя, затрудняется в применении численных методов их решения.	Не владеет навыками решения дифференциальных уравнений и систем различных типов, решения задач на составление дифференциальных уравнений и систем. Не выполняет исследование уравнений и систем в курсовой работе, затрудняется в применении численных методов их решения.

### 4.3. Критерии оценивания в ходе промежуточной аттестации

#### Критерии оценивания курсовой работы

Оценка курсовой работы проводится по следующим критериям:

- Навыки самостоятельной работы с материалами, по их обработке, анализу и структурированию.
- Умение правильно применять методы исследования.
- Умение грамотно интерпретировать полученные результаты.
- Способность осуществлять необходимые расчеты, получать результаты и грамотно излагать их.
- Умение выявить проблему, предложить способы ее разрешения, умение делать выводы.
- Умение оформить работу в соответствии со стандартными требованиями.
- Умение защищать результаты своей работы, грамотное построение речи, использование при выступлении специальных терминов.
- Способность кратко и наглядно изложить результаты работы.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 16 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

- Уровень самостоятельности, творческой активности и оригинальности при выполнении работы.
- Выступления на конференциях и подготовка к публикации тезисов для печати по итогам работы.

#### Критерии оценки навыков студентов:

- В ходе работы над курсовой работой продемонстрированы навыки закрепления и систематизации теоретических положений.
- Широко использованы навыки научно-исследовательской деятельности.
- Применялись навыки самостоятельного теоретического и практического исследования в соответствии с направлением обучения.
- Уровень навыков обработки, анализа и систематизации результатов исследований, как теоретического, так и практического характера.
- Полученные результаты имеют практическую значимость в соответствующей области.

#### Критерии оценки подготовки курсовой работы:

- Работа с научной литературой, со справочниками и другими информационными источниками, в том числе электронными ресурсами, в полной мере соответствует уровню научного исследования.
- Курсовая работа подготовлена в соответствии с требованиями, предъявляемыми к научно-исследовательской работе.
- Мысли, выводы, результаты исследования изложены студентом научным языком, без художественных, просторечных, разговорных оборотов и фразеологизмов.
- При подготовке курсовой работы студент провел масштабную работу с литературой и специальными источниками.
- Уровень самостоятельности исследования подтвержден проверкой курсовой работы в системе "Антиплагиат" и составляет не менее 50%.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 17 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_


### Критерии оценки соответствия курсовой работы требованиям

- В курсовой работе должен присутствовать анализ, проведена систематизация теоретических материалов по избранной теме. Введение должно быть написано с использованием научного аппарата.
- Курсовая работа должна быть написана самостоятельно и содержать критическое осмысление изученных литературных и специальных источников.
- Изложение материала в курсовой работе должно быть конкретным и соответствовать теме исследования. Курсовая работа должна быть насыщена фактическими данными, цитатами, таблично-графическим материалом, иметь сноски на использованные источники.
- В заключении курсовой работы должны быть сформулированы выводы по результатам проведенного исследования в соответствии с поставленными задачами исследования.
- Использованный материал из литературных, специальных, нормативно-правовых и электронных источников должен быть переработан студентом самостоятельно, увязан с исследуемой темой и изложен своими словами.

Оценка «отлично» ставится студенту, который в срок, в полном объеме и на высоком уровне выполнил курсовой проект. При защите и написании работы студент продемонстрировал вышеперечисленные навыки и умения. Тема, заявленная в работе раскрыта, раскрыта полностью, все выводы студента подтверждены материалами исследования и расчетами. Отчет подготовлен в соответствии с предъявляемыми требованиями. Отзыв руководителя положительный.

Оценка «хорошо» ставится студенту, который выполнил курсовую работу, но с незначительными замечаниями, был менее самостоятелен и инициативен. Тема работы раскрыта, но выводы носят поверхностный характер, практические материалы обработаны не полностью. Отзыв руководителя положительный.

Оценка «удовлетворительно» ставится студенту, который допускал просчеты и ошибки в работе, не полностью раскрыл заявленную тему, делал поверхностные выводы, слабо продемонстрировал аналитические способности и на-

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 18 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

выки работы с теоретическими источниками. Отзыв руководителя с замечаниями.

Оценка «неудовлетворительно» ставится студенту, который не выполнил курсовую работу, либо выполнил с грубыми нарушениями требований, не раскрыл заявленную тему, не выполнил практической части работы.

### Критерии оценивания экзамена

Письменный и письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины оценивается следующим образом:

**"Отлично"** – студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, решает соответствующие задачи, теоретические выводы подтверждает примерами. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения. Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения, утверждения теорем приведены с доказательствами, свободно оперирует понятиями, терминами; в ответе прослеживается чёткая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен литературным грамотным языком и носит самостоятельный характер; все решения задач выполнены верно.

**"Хорошо"** – ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; были допущены неточности в определении понятий, допущены незначительные ошибки в решении задач, допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов экзаменатора.

**"Удовлетворительно"** – студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, наблюдается нарушение логики изложения; в ответе не присутствуют доказательные выводы; сформированность умений показана слабо, допущены незначительные ошибки в решении задач.

**"Неудовлетворительно"** – студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

#### 4.4. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	отлично
Базовый	хорошо
Пороговый	удовлетворительно
компетенции не сформированы	неудовлетворительно

#### Уровни формирования компетенций:

##### 1. Пороговый уровень:

предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание задач и области применения дифференциальных и разностных уравнений, базовых терминов;

студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины, использовать базовые термины; решать основные типы дифференциальных уравнений.

##### 2. Базовый уровень:

предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется знание методов интегрирования дифференциальных уравнений изученных типов, соответствующих терминов, геометрические и физические приложения теории дифференциальных уравнений;

студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины; доказывать основные теоремы и свойства теории дифференциальных уравнений; применять аппарат дифференциальных уравнений для решения задач геометрического и физического характера.

##### 3. Продвинутый уровень:

предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируется глубокое понимание основ теории дифференциальных уравнений и методов их решения; студент способен доказывать теорему существования и единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнений и другие теоремы и свойства теории дифференциальных уравнений; применять изученные методы для интегрирования дифференциальных уравнений различных типов и для решения задач геометрического и физического характера.