

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

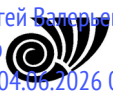
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 04.06.2026 09:21:32

Уникальный программный ключ:

891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e83761f7



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Миасский филиал

Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 1

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации**

по дисциплине

### ***Математический анализ***

Направление подготовки

*02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии*

Направленность (профиль)

*Компьютерные науки*

Присваиваемая квалификация  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Миасс 2026 г.

**02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии,  
Компьютерные науки, Математический анализ, 2026, очная**

**Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:**

Проректор по учебной работе      утверждено 27.02.26      А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета  
Миасского филиала ФГБОУ ВО  
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

**Заседанием кафедры прикладной математики**

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.В. Дутикова

**Структура фонда оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине  
соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27.09.2022 г. № 573-1 «Об  
утверждении шаблонов документов».**



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	4
2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ.....	4
2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной.....	4
3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	5
3.1 Виды оценочных средств.....	5
3.2 Содержание оценочных средств для текущей аттестации.....	12
4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	53
4.1 Порядок проведения и содержание оценочных средств для промежуточной аттестации.....	53
4.2 Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации в форме.....	64
4.3 Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций...	70



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 4 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль): Компьютерные науки.

Дисциплина: Математический анализ

Семестр (семестры) изучения: 1, 2, 3.

Форма промежуточной аттестации: 1 семестр: зачет, экзамен; 2 семестр: зачет; 3 семестр: зачет, экзамен;

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Математический анализ» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС	Индикаторы достижений	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределенных интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов. Уметь Вычислять пределы последо-



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 5 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

			<p>вательности и функции в точке; – находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию одной переменной на экстремум и функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования: применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений.</p> <p>Владеть Методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, решения прикладных геометрических и физических задач.</p>
--	--	--	--

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### 3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Теория множеств и теория чисел	ОПК-1 Знает Основные понятия теории множеств. Систему аксиом действительных чисел. Определения верхней и нижней граней числового множества. Теорему о вложенных отрезках. Умеет Выполнять операции над множествами, сечения в		Устный опрос (экзамен)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		множестве действительных чисел. Владеет методом математической индукции.		
2	Числовые последовательности	ОПК-1 Знает Два подхода к определению предела последовательности. Свойства монотонных последовательностей. Теорему Больцано – Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности. Определение числа "ε". Умеет Выполнять переход к пределу в равенствах и неравенствах. Применять теорему единственности предела последовательности. Владеет Методами нахождения пределов последовательностей.	оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
3	Функции одной переменной	ОПК-1 Знает определение функции одного действительного переменного. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Свойства пределов функции. Замечательные пределы. Асимптотические равенства. Умеет Находить пределы функции различными способами. Исследовать функции на непрерывность. Владеет Методами исследования функций с помощью теории пределов.	оценочное средство 1 Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
4	Производная и	ОПК-1	оценочное средство 1	Письменно -



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 7 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	дифференциал функции одной переменной	Знает Определение производной и дифференциала функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Умеет Находить производные функций, заданных различными способами. Находить пределы функций с помощью производной. Применять алгоритм исследования функции с помощью производной. Владеет Методами исследования функций с помощью производной для решения профессиональных задач.	Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
5	Неопределённый интеграл	ОПК-1 Знает Основные свойства неопределённого интеграла. Таблицу неопределённых интегралов. Умеет Находить неопределённые интегралы различными способами. Владеет Различными методами интегрирования.	оценочное средство 1 Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
6	Интеграл Римана	ОПК-1 Знает Основные свойства определённого интеграла (Римана). Основную лемму Дарбу. Классы интегрируемых функций. Умеет Вычислять определённые интегралы различными методами. Проводить оценки интегралов. Владеть Методами применения определённого интеграла для решения профессиональных задач.	оценочное средство 1 Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 8 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

7	Несобственные интегралы	ОПК-1 Знает Достаточные признаки сходимости несобственных интегралов. Умеет Исследовать на абсолютную и условную сходимость несобственных интегралов I и II рода. Находить главное значение несобственного интеграла. Владеет Методами исследования несобственных интегралов.		Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
8	Приближённые методы вычисления определённых интегралов	ОПК-1 Знает Формулы прямоугольников, трапеций и парабол. Умеет Выполнять приближённые вычисления с помощью формул прямоугольников, трапеций и парабол. Владеет Методами приближённых вычислений определённых интегралов.		Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
9	Функции многих переменных	ОПК-1 Знает Определение функции многих переменных, основные понятия. Свойства пределов функций многих переменных. Свойства непрерывных функций многих переменных. Умеет Определять область существования функций многих переменных. Вычислять пределы функций многих переменных. Владеет методами исследования функций многих переменных.	оценочное средство 1 Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
10	Дифференцируемость	ОПК-1	оценочное средство 1	Письменно -



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 9 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	функций многих переменных	Знает Правила вычисления частных производных. Достаточные условия дифференцируемости функции многих переменных. Инвариантность формы первого дифференциала. Формула Тейлора для функции многих переменных с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано. Умеет Находить частные производные и дифференциалы высших порядков. Владеет методами исследования функций многих переменных с помощью дифференциального исчисления.	Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
11	Экстремум функции нескольких переменных	ОПК-1 Знает Необходимые и достаточные условия локального и условного экстремума функции нескольких переменных. Метод неопределенных коэффициентов Лагранжа. Умеет Исследовать функций нескольких переменных на локальный, условный и глобальный экстремум. Владеет Методами исследования функций нескольких переменных на локальный, условный и глобальный экстремум.	оценочное средство 1 Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
12	Числовые ряды	ОПК-1 Знает Критерий Коши сходимости числового ряда. Признаки сходимости. Умеет Исследовать числовой ряд на абсолютную и условную	оценочное средство 1 Тесты	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 10 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		сходимость. Владеет Методами исследования числового ряда на сходи- мость.		
13	Функциональные последовательности и ряды	ОПК-1 Знает Критерий Коши равномер- ной сходимости функцио- нальной последовательно- сти, признаки равномерной сходимости функциональ- ного ряда, свойства равно- мерно сходящихся функци- ональных рядов. Умеет исследовать функ- циональные ряды на сходи- мость. Владеет методами исследо- вания функциональных ря- дов на сходимость.		Письменно -устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
14	Степенные ряды	ОПК-1 Знает различные способы нахо- ждения области сходимости степенного ряда, форму- лу Коши – Адамара, условие разложимости функции в ряд Тейлора. Умеет находить область сходимости степенного ряда, рас- кладывать аналитические функции в ряд Тейлора. Владеет методами разложения эле- ментарных функций в ряд Тейлора.	оценочное средство 1 Тесты оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
15	Ряды Фурье	ОПК-1 Знает Определение ряда Фурье. Условие сходимости и рав- номерной сходимости ряда Фурье. Умеет раскладывать функции в тригонометрический ряд Фурье. Владеет		Устный опрос (экзамен)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 11 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		методами исследования с помощью рядов Фурье для решения профессиональных задач.		
16	Криволинейные интегралы	ОПК-1 Знает Определение и свойства криволинейного интеграла первого и второго рода. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формулу Грина. Умеет Вычислять криволинейные интегралы первого и второго рода. Владеет Методами вычисления криволинейных интегралов первого и второго рода.	оценочное средство 1 Тест оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
17	Двойные интегралы	ОПК-1 Знает Определение двойного интеграла, геометрический смысл, основные свойства. Умеет Вычислять двойной интеграл в различных системах координат. Владеет Методами применения двойного интеграла для решения геометрических и физических задач.	оценочное средство 1 Тест оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
18	Тройные интегралы	ОПК-1 Знает Определение тройного интеграла, геометрический смысл, основные свойства. Умеет Вычислять тройной интеграл в различных системах координат. Владеет Методами применения	оценочное средство 1 Тест оценочное средство 2 Контрольная работа	Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		тройного интеграла для решения геометрических и физических задач.		
19	Поверхностные интегралы	ОПК-1 Знает Определение поверхностного интеграла, геометрический смысл, основные свойства. Умеет Вычислять поверхностные интегралы первого и второго рода. Владеет Методами применения поверхностного интеграла для решения геометрических и физических задач.		Письменно - устный опрос (зачет) Устный опрос (экзамен)
20	Основные операции теории поля	ОПК-1 Знает Понятия производной по данному направлению и градиента функции. Понятия ротора и дивергенции векторного поля. Формулу Остроградского. Умеет применять оператор Гамильтона для скалярных и векторных полей. Владеет Методами применения основных операций теории поля для решения физических задач.		Устный опрос (экзамен)

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

### 3.2 Содержание оценочных средств для текущей аттестации

#### Задания закрытого типа (1–10)

1. Предел функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  по Коши существует и равен  $A$ , если:



- а)  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall x (0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)$ ;  
б)  $\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0: \forall x (0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)$ ;  
в)  $\forall \delta > 0 \exists \varepsilon > 0: \forall x (|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)$ ;  
г)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq A$ .
- Если функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то она в этой точке:  
а) обязательно непрерывна; б) обязательно имеет разрыв первого рода;  
в) обязательно равна нулю; г) обязательно периодична.
  - Геометрический смысл производной  $f'(x_0)$ :  
а) тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке  $x_0$ ;  
б) длина касательной на интервале  $[a, b]$ ; в) площадь под графиком функции;  
г) радиус кривизны графика.
  - Необходимое условие сходимости числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ :  
а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ; б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ ; в) ряд знакопеременный; г) частичные суммы ряда неограничены.
  - Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$  вычисляется по формуле:  
а) Коши–Адамара; б) Ньютона–Лейбница; в) Грина; г) Стокса.
  - Формула Ньютона–Лейбница  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$  применима, если:  
а)  $f(x)$  непрерывна на  $[a, b]$ , а  $F(x)$  — её первообразная на этом отрезке;  
б)  $f(x)$  имеет разрыв второго рода внутри  $(a, b)$ ; в)  $F(x)$  не дифференцируема; г) пределы интегрирования мнимые.
  - Вектор-градиент функции  $f(x, y, z)$  в заданной точке направлен:  
а) в сторону наибольшего возрастания функции; б) в сторону наибольшего убывания;  
в) перпендикулярно поверхности уровня и в сторону убывания; г) вдоль оси  $Oz$ .
  - Если  $f'(x) > 0$  на интервале  $(a, b)$ , то функция  $f(x)$  на этом интервале:  
а) строго возрастает; б) строго убывает; в) постоянна; г) имеет точку перегиба.
  - Двойной интеграл  $\iint_D f(x, y), dx, dy$  при  $f(x, y) \equiv 1$  численно равен:  
а) площади области  $D$ ; б) объёму цилиндрического тела над  $D$ ; в) длине границы области  $D$ ;  
г) среднему значению функции на  $D$ .
  - Признак Даламбера для ряда  $\sum a_n$  ( $a_n > 0$ ): если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ , то ряд:  
а) сходится; б) расходится; в) сходится условно; г) требует дополнительного исследования.

## Задания на установление соответствия (11–15)



11. Установите соответствие между теоремой и её основным условием/следствием:
11. Теорема Ролля | А. Если  $f(a) = f(b)$  и  $f$  дифференцируема на  $(a, b)$ , то  $\exists c \in (a, b): f'(c) = 0$
12. Формула Тейлора | Б. Представление функции в виде многочлена степени  $n$  плюс остаточный член
13. Правило Лопиталя | В. Вычисление предела отношения функций вида  $\frac{0}{0}$  или  $\frac{\infty}{\infty}$  через предел отношения производных
14. Установите соответствие между типом интеграла и его геометрическим/физическим смыслом:
15. Определённый интеграл  $\int_a^b f(x)dx$  | А. Площадь криволинейной трапеции
16. Двойной интеграл  $\iint_D f(x, y)d\sigma$  | Б. Объём цилиндрического тела над областью  $D$
17. Криволинейный интеграл 1-го рода  $\int_L \rho(x, y)ds$  | В. Масса плоской кривой с линейной плотностью  $\rho$
18. Установите соответствие между признаком сходимости ряда и областью его применения:
19. Признак Лейбница | А. Знакопередающиеся ряды с монотонно убывающим по модулю общим членом
20. Радиальный признак Коши | Б. Ряды с положительными членами, удобно извлекать корень  $n$ -й степени
21. Интегральный признак Коши | В. Ряды с положительными монотонно убывающими членами, сводимые к несобственному интегралу
22. Установите соответствие между дифференциальным понятием и формулой:
23. Полный дифференциал  $dz$  функции  $z = f(x, y)$  | А.  $\frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$
24. Дифференциал функции одной переменной  $dy$  | Б.  $f'(x)dx$
25. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  | В. Предел отношения приращения функции к приращению  $x$  при фиксированном  $y$
26. Установите соответствие между видом сходимости и её определением:
27. Абсолютная сходимость ряда  $\sum a_n$  | А. Сходится ряд из модулей  $\sum |a_n|$
28. Условная сходимость ряда  $\sum a_n$  | Б. Ряд  $\sum a_n$  сходится, а  $\sum |a_n|$  расходится
29. Равномерная сходимость функционального ряда | В. Сходимость, скорость которой не зависит от выбора точки области определения



### Задания открытого типа (16–25)

16. Дайте определение предела функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  по Гейне (на языке последовательностей).
16. Сформулируйте достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных  $f(x, y)$  в точке  $(x_0, y_0)$ .
17. Запишите формулу полной производной сложной функции  $z = f(x(t), y(t))$  по параметру  $t$ . При каких условиях она справедлива?
18. Сформулируйте правило Лопитала для раскрытия неопределённостей вида  $\frac{0}{0}$ . Какие требования предъявляются к функциям  $f(x)$  и  $g(x)$ ?
19. Дайте определение первообразной функции и неопределённого интеграла. Сформулируйте основное свойство неопределённого интеграла.
20. Запишите формулу замены переменной в определённом интеграле  $\int_a^b f(x)dx$  при подстановке  $x = \varphi(t)$ . Какие условия накладываются на функцию  $\varphi(t)$ ?
21. Сформулируйте необходимые и достаточные условия локального экстремума функции двух переменных  $f(x, y)$  в стационарной точке.
22. Что называется рядом Тейлора функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ ? Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и условие разложимости функции в степенной ряд.
23. Дайте определение несобственного интеграла первого рода  $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ . При каком условии он считается сходящимся?
24. Сформулируйте теорему Грина. Как она связывает криволинейный интеграл второго рода по замкнутому контуру с двойным интегралом по ограниченной им области?

№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
<b>Задания закрытого типа (1–10)</b>		
1	а) $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall x (0 <  x - x_0  < \delta \Rightarrow  f(x) - A  < \varepsilon)$ ;	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
2	а) обязательно непрерывна	<b>1 балл:</b> выбран



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 16 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
3	а) тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке $x_0$	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
4	а) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
5	а) Коши–Адамара	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
6	а) $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$ , а $F(x)$ — её первообразная на этом отрезке	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
7	а) в сторону наибольшего возрастания функции	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
8	а) строго возрастает	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
9	а) площади области $D$	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
10	а) сходится	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
<b>Задания на соответствие (11–15)</b>		
11	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 17 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		ошибок.
12	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
13	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
14	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
15	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
<b>Задания открытого типа (16–25)</b>		
16	Для любой последовательности $x_n \rightarrow x_0$ ( $x_n \neq x_0$ ) выполняется $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A$ .	<b>2 балла:</b> дано точное определение по Гейне. <b>1 балл:</b> определение дано частично или без условия $x_n \neq x_0$ . <b>0 баллов:</b> ответ неверен или отсутствует.
17	Если частные производные $f'_x, f'_y$ существуют в окрестности точки и непрерывны в самой точке, то $f$ дифференцируема в этой точке.	<b>2 балла:</b> указаны оба условия (существование в окрестности + непрерывность в точке). <b>1 балл:</b> указано только



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 18 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		одно условие. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
18	$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt}$ . Условия: $f$ дифференцируема, $x(t), y(t)$ дифференцируемы.	<b>2 балла:</b> формула верна и указаны условия применимости. <b>1 балл:</b> формула верна, условия не указаны. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
19	Если $f, g$ дифференцируемы в окрестности $x_0$ , $f(x_0) = g(x_0) = 0$ , $g'(x) \neq 0$ , и существует $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ , то $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ равен ему.	<b>2 балла:</b> сформулированы все требования и правило. <b>1 балл:</b> правило верно, но упущены требования к производным/нулям. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
20	$F(x)$ — первообразная $f(x)$ , если $F'(x) = f(x)$ . Неопределённый интеграл: $\int f(x)dx = F(x) + C$ . Свойство: $(\int f(x)dx)' = f(x)$ .	<b>2 балла:</b> даны оба определения и сформулировано свойство. <b>1 балл:</b> дано только одно определение или свойство. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
21	$\int_a^b f(x)dx = \int_a^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$ , где $\varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b$ , $\varphi$ непрерывно дифференцируема и монотонна.	<b>2 балла:</b> формула верна, указаны все условия на $\varphi(t)$ . <b>1 балл:</b> формула верна, условия указаны неполно. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
22	Необходимое: $f'_x = f'_y = 0$ . Достаточное: $\Delta = f''_{xx}f''_{yy} - (f''_{xy})^2 > 0$ . При $f''_{xx} > 0$ — минимум, при $< 0$ — максимум.	<b>2 балла:</b> верно сформулированы необходимое и достаточное условия с анализом $\Delta$ . <b>1 балл:</b> указано только



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 19 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		необходимое или только достаточное. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
23	Ряд $\sum \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$ . Остаток Лагранжа: $R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}$ . Условие: $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$ .	<b>2 балла:</b> записаны ряд, остаток и условие разложимости. <b>1 балл:</b> записан ряд, но упущен остаток или условие. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
24	$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx$ . Сходится, если предел существует и конечен.	<b>2 балла:</b> дано определение через предел и условие конечности. <b>1 балл:</b> дано только определение. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
25	$\oint_L P dx + Q dy = \iint_D \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$ . Связывает циркуляцию по замкнутому контуру с потоком ротора через область.	<b>2 балла:</b> записана формула и дано корректное пояснение связи. <b>1 балл:</b> формула верна, пояснение отсутствует или неточно. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.

Набрано баллов	Процент выполнения	Оценка по 5-балльной шкале	Уровень сформированности ОПК-1
36–40	90–100%	<b>5 (отлично)</b>	Продвинутый
30–35	75–89%	<b>4 (хорошо)</b>	Базовый
24–29	60–74%	<b>3 (удовлетворительно)</b>	Пороговый
0–23	<60%	<b>2 (неудовлетворительно)</b>	Компетенции не сформированы

### 3.2.1 Тесты

Контролируемый раздел  
Задание  
Ответ



### Функции одной переменной

1. Выяснить, какие из функций являются сложными:

1)  $y = \frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{3}}$ ; 2)  $y = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$ ; 3)  $y = \arcsin x$ ; 4)  $y = \arcsin |3x|$ .

1;4

2. Выяснить, какие из функций заданы неявно:

1)  $y = \sin^3 \ln x$ ; 2)  $y = \operatorname{tg}(x+y) \cdot 3^x$ ; 3)  $x - y = xy$ .

2;3

3. Выяснить, какие из функций являются ограниченными:

1)  $y = e^{-x^2}$ ; 2)  $y = e^{x^2}$ ; 3)  $y = \frac{\cos x}{x^2}$ ; 4)  $y = \sin x + \cos x$ .

1;4

4. Выяснить, какие из функций являются монотонными при  $x \in (-\infty; +\infty)$ :

1)  $y = x^2$ ; 2)  $y = x^3$ ; 3)  $y = \begin{cases} x, & \text{при } \wedge x < 0 \\ 2x, & \text{при } \wedge x \geq 0 \end{cases}$ ; 4)  $y = \sqrt[3]{x}$ .

2;3;4

5. Выяснить, какие из функций являются нечетными:

1)  $y = \frac{x}{\cos x} + \sin x$ ; 2)  $y = \frac{x|x+1|}{\sin x}$ ; 3)  $y = x^3 + \operatorname{tg} x$ ;  
4)  $y = x^3 \cdot \operatorname{tg} x$ .

1;3

6. Укажите верные утверждения для функции  $y = \arcsin x$ :

1) монотонная; 2) ограниченная; 3) неограниченная;  
4) четная; 5) нечетная; 6) общего вида; 7) явная; 8) неявная; 9) сложная.

1;2;5;7

7. Сколько натуральных значений  $x$  содержит область определения функции

$y = \frac{\ln(x^2 - 9)}{x - 4} + \frac{\sqrt{9 - x}}{2^x - 64}$  ?

4;

8. Найти область значений  $Y$  функции  $y = \sin x + \sqrt{80} \cos x$ . В ответе указать длину отрезка, представляющего  $Y$ .



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

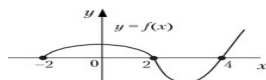
Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 21 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_



20

9. Найти (в градусах) основной (наименьший) период функции  $y = 7 \sin 5x$ .

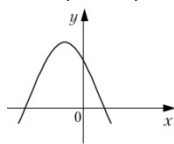
72

10. Дан график функции  $y = f(x)$ . Выяснить сколько различных действительных корней имеет уравнение  $f(4x^2 + 3) = 0$ .

2

11. Выяснить, каким условиям удовлетворяют  $a, b, c$ , если график функции  $y = a(x+b)^2 + c$  имеет

- 1)  $a > 0, b < 0, c > 0$ ; 2)  $a < 0, b > 0, c > 0$ ; 3)  $a < 0, b > 0, c < 0$ ; 4)  $a < 0, b < 0, c > 0$ ; 5)  $a < 0, b < 0, c < 0$ .



2

Функции одной переменной (предел и непрерывность)

1. Выяснить, чему равен  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$ :

- 1)  $\infty$ ; 2)  $-1$ ; 3) не существует; 4)  $1$ .

3

2. Выяснить, какие из перечисленных функций бесконечно малы при  $x \rightarrow 0$ :

- 1)  $y = \frac{1}{x}$ ; 2)  $y = x^{10}$ ; 3)  $y = \sin \frac{x}{3}$ ; 4)  $y = \cos 2x$ ; 5)  $y = \frac{1}{\cos 3x}$ .

2;3

3. Выяснить, какие из перечисленных функций бесконечно малы при  $x \rightarrow \infty$ :

- 1)  $y = \sqrt[9]{x}$ ; 2)  $y = \operatorname{tg} x$ ; 3)  $y = \log_{0,5} x$ ; 4)  $y = \frac{1}{x^{-2}}$ ;

- 5)  $y = \operatorname{arctg} x$ .

1;3;4

4. Произведение двух бесконечно малых и бесконечно большой величин является:

- 1) бесконечно малой величиной; 2) бесконечно большой величиной; 3) неопределённостью.

3



5. Выяснить, какие из перечисленных функций непрерывны в точке  $x = 0$ :

1)  $y = \frac{1}{x}$ ; 2)  $y = \sqrt{x}$ ; 3)  $y = \begin{cases} 1, & \text{при } x \leq 0, \\ x, & \text{при } x > 0; \end{cases}$

4)  $y = \begin{cases} -x, & \text{при } x < 0, \\ 1, & \text{при } x = 0, \\ x, & \text{при } x \geq 0; \end{cases}$  5)  $y = \operatorname{tg} x$ .

2;4;5

6. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 10}{2x^2 + 7x + 5}$

1;5

7. Найти  $a = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 5}{x^2 + 3} \right)^{x^2}$ , в ответе указать  $\ln a$ .

2

8. Найти  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 6x^2 - x})$ .

2

9. Найти  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+3}{2x-5} \right)^{6x}$ .

0

10. Найти  $a$ , если  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 3x^2 - 18}{ax^4 - 18x^2 + 3} = \frac{1}{2}$ .

10

11. Найти  $a$ , если  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} ax}{8x} = 2$ .

16

Производная и дифференциал функции одной переменной

1. Выяснить, какие функции являются непрерывными, но не дифференцируемыми в точке  $x_0$ :

1)  $y = |x+2|, x_0 = 2$ ;



2)  $y = x - 5, x_0 = 5;$

3)  $y = \sqrt[5]{x-8}, x_0 = 8;$

4)  $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right), x_0 = \pi;$

5)  $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 1}, x_0 = 0.$

2; 3

2. Выяснить, какие из функций являются дифференцируемыми в точке  $x_0 = 1$ :

1)  $y = \operatorname{tg}(1 + \sqrt{x});$

2)  $y = x \arccos x;$

3)  $y = \sqrt[5]{x^2 - 8x + 3};$

4)  $y = x^2 \ln(1 - x^2);$

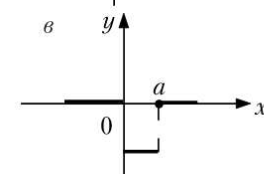
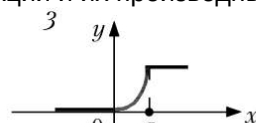
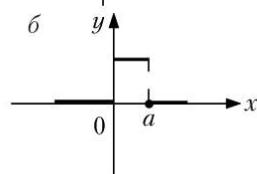
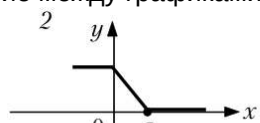
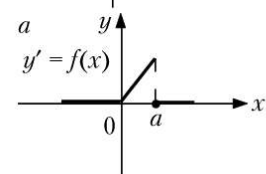
5)  $y = 3x - 2 \vee.$

1; 3; 5

3. При каком значении параметра  $a$  функция  $y = \ln(x + a\sqrt{x^2 - 1})$  является дифференцируемой в точке  $x_0 = 1$ ?

0

4. Установить соответствие между графиками функций и их производными



1-б

2-в

3-а

5. Вычислить значение производных функции  $x_0$ :

$y = (x^2 + 5x - 4) \ln x, x_0 = 1$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 24 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

$$y = \ln(e^{2x} + \sqrt{e^x + 1}) - 2\sqrt{2}x, x_0 = 0.$$

2

6. Вычислить значение производной функции  $x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6$ , заданной неявно в точке  $M(2; -1)$ .

0

7. Вычислить значение производной функции  $x = \arctg t$ ,  
 $y = \arctg \sqrt{t-1}$ , заданной параметрически при  $t = 2$ .

0,3

8. Вычислить значение дифференциала функции

$$y = \frac{5}{11} (\arctg(1+x^2) - \sqrt{3x^2+1}) \text{ при } x_0 = 1, \Delta x = 0,1.$$

1,25

9. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) 1,05.

-0,05

10. Составить уравнение касательной к графику

$$y = 4x^2 - x \text{ в точке } x_0 = 3.$$

Ответ:  $y = kx + b$ , где  $k = \dots$ ;  $b = \dots$

0,05

11. При каком значении  $x_0$  касательная к графику функции  $y = 2\sqrt{2} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$  наклонена к оси абсцисс под углом в  $45^\circ$ ?

-2; 9

Производная и дифференциал функции одной переменной (приложения производной)

1. Правило Лопиталья не может быть применено для нахождения предела:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - x}{x^2 - 1}; 2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1+x}}{x^2 - 1}; 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sin x}{\sqrt{x} - \sin x}; 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}.$$

3

2. Найти следующий предел:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$



1

3. Выяснить, к какой из приведённых ниже функций не может быть применена теорема Лагранжа на отрезке  $[0; 2]$ :

1)  $y = \frac{2x}{x-2}$ ; 2)  $y = \frac{2x}{x-3}$ ; 3)  $y = \frac{x-2}{x+2}$ ; 4)  $y = \ln(1 + \sqrt{x})$ .

1

4. Среди перечисленных функций убывает на всей области определения функция:

1)  $y = \frac{2x}{1+x^2}$ ; 2)  $y = \frac{2x}{1-x^2}$ ; 3)  $y = \frac{1-x^2}{x}$ ; 4)  $y = x^3 - x^2$ ; 5)  $y = x^3 + x^2$ .

4

5. Найти длину интервала возрастания функции  $y = 3x + x^3$ .

2

6. Выяснить, какое из приведённых утверждений является неверным:

- 1) в точке экстремума производная функции равна нулю или не существует;
- 2) в точке экстремума функция меняет знак;
- 3) в точке экстремума производная меняет знак;
- 4) в точке, в которой производная равна нулю или не существует, может не быть экстремума?

2

7. Найти точку  $x_0$  максимума функции  $y = x^2(x-4)^2$ .

2

8. Среди перечисленных функций горизонтальную асимптоту имеет функция:

1)  $y = 3^x - 2^x$ ; 2)  $y = 3^x - x^2 2^x$ ; 3)  $y = x e^{-x}$ ; 4)  $y = \frac{2+x^2}{1+x\sqrt{x}}$

3

9. Следующее из перечисленных утверждений является всегда верным:

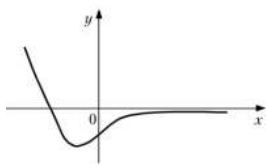
- 1) в точке перегиба всегда существует конечная первая производная;
- 2) в точке перегиба существует конечная вторая производная;
- 3) точка перегиба является точкой экстремума первой производной;
- 4) точка перегиба является точкой экстремума второй производной;

3



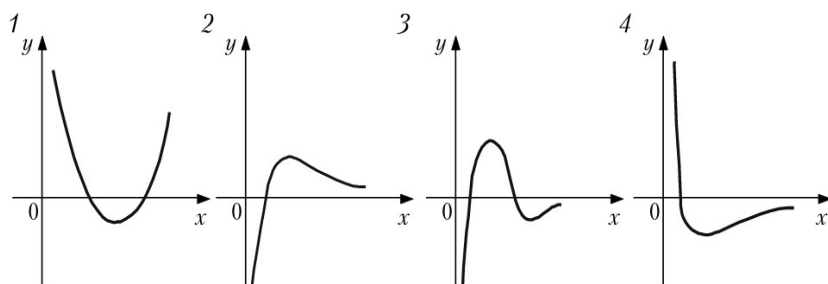
10. Выяснить, график какой функции изображён на рисунке:

- 1)  $y = (x+1)e^x$ ;
- 2)  $y = -(x+1)e^{-x}$ ;
- 3)  $y = (x+1)e^{-x}$ ;
- 4)  $y = -(x+1)e^x$ .



2

11. Выяснить, какой из графиков, приведённых на рисунке, есть график функции  $y = \frac{\ln x}{x}$ .



2

12. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 + x^2$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

$$f_{\text{наиб}}(2) = 12;$$

$$f_{\text{наим}}(1) = f_{\text{наим}}(0) = 0$$

13. Требуется огородить прямоугольную площадку площадью  $600 \text{ м}^2$  и перегородить её таким же забором пополам. При каких размерах  $a, b$  площадки расход материала на забор будет наименьшим?

$$a=20; b=30$$

Функции нескольких переменных

1. Найти площадь фигуры, представляющей область определения функции  $y = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ . Считать  $\pi = 3,14$ .

3,14



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

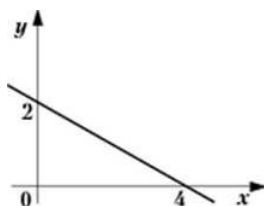
Версия документа - 1

стр. 27 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

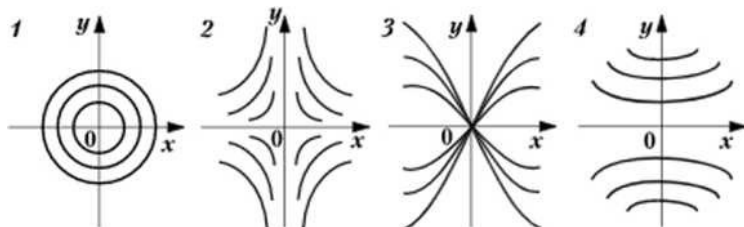
КОПИЯ № \_\_\_\_\_

2. На рисунке изображена линия уровня функции  $z = ax + by$ . Найти  $\frac{a}{b}$ .



0,5

3. Выяснить, на каком рисунке изображены линии уровня функции  $z = xy$ .



2

4. Найти сумму частных производных функции  $z = x^{2y}$  в точке (1; 1).

2

5. Найти длину вектора-градиента функции

$$z = x^3 + \frac{9}{4}x^2 \ln y \text{ в точке } (2; 1).$$

15

6. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через вектор-градиент функции  $z = x^2y^3 + 2x + y$  в точке (-1; 0).

0,5



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 28 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

7. Касательная к линии уровня функции  $z = x^3 y^4 + x^2 y^3 + 2x$  в точке (1; 2) имеет угловой коэффициент  $k = \frac{-a}{b}$ , где  $a = \dots$ ,  $b = \dots$  ( $a$  и  $b$  – целые числа, а дробь  $\frac{a}{b}$  – несократимая).

$$a=3; b=2$$

8. Найти координаты  $(x_0, y_0)$  критической точки функции

$$z = \frac{\ln x}{y} + x$$

$$x_0 = 1;$$

$$y_0 = -1$$

9. Функция  $z = xy$ :

- 1) имеет единственную точку максимума (0; 0);
- 2) имеет единственную точку минимума (0; 0);
- 3) имеет несколько точек экстремума;
- 4) не имеет точек экстремума;
- 5) имеет бесконечное множество точек экстремума.

4

10. Максимальное значение функции  $z = 4 - x - x^2 - y - 4y^2$

равно:  $\frac{a}{b}$ , где  $a = \dots$ ,  $b = \dots$  ( $a$  и  $b$  — целые числа, а дробь

$\frac{a}{b}$  — несократима).

$$a=69; b=16$$

11. В точке максимума функции градиент:

- 1) равен нулю;
- 2) достигает максимальной длины;
- 3) равен нулю или не существует;
- 4) не равен нулю и параллелен оси  $Oz$ ;
- 5) может быть произвольным вектором.

3

Неопределённый интеграл



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 29 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

1. При каких  $a$  и  $b$  функция  $F(x) = \frac{a}{3}x^b + 2x^2 + x + 1$  является первообразной для

$$f(x) = (2x + 1)^2 ?$$

$$a=4, b=3$$

2. При каких целых  $a, b, c$  функция  $F(x) = 2e^{3x+1}$  является первообразной для функции

$$f(x) = a e^{bx+c} ?$$

$$a=6, b=3, c=1$$

3. При каких целых  $a, b, c$  функции  $F_1(x) = \frac{1}{a}(1+bx)^c$  и  $F_2(x) = 1+x-1,5x^2$  являются первообразными для одной и той же функции  $f(x)$ ?

$$a = -6, b = -3, c = 2$$

4. Найти  $\int \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{x} dx$ .

Ответ:  $ax + b\sqrt{x} + d \ln|x| + C$ , где  $a, b, d$  – целые числа:  $a = \dots, b = \dots, d = \dots$

$$a=1, b=8, d=4$$

5. Найти  $\int \left(\frac{17-2x}{3}\right)^3 dx$ .

Ответ:  $\frac{3}{a} \left(\frac{17+bx}{3}\right)^d + C$ , где  $a, b, d$  – целые числа:  $a = \dots, b = \dots, d = \dots$

$$a = -8, b = -2, d = 4$$

6. Найти  $\int \frac{2x+3}{4x-7} dx$

Ответ  $\frac{1}{a}x + \frac{b}{d} \ln|4x-7| + C$ , где  $a, b, d$  – целые числа, дробь  $\frac{b}{d}$  – несократима,

$b > 0$ :  $a = \dots, b = \dots, d = \dots$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 30 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

$$a=2, b=13, d=8$$

7. Найти  $\int x e^{x^2-3} dx$ .

Ответ:  $\frac{a}{b} e^{x^2+d}$ , где a, b, d – целые числа, дробь  $\frac{a}{b}$  – несократима,  $a>0$ :  $a = \dots$ ,  $b = \dots$ ,  $d = \dots$

$$a=1, b=2,$$

$$d= -3$$

8. Найти  $\int x^3 \ln x dx$ .

Ответ:  $\frac{1}{a} x^b + \frac{1}{d} x^4 \ln x + c$ ,

где a, b, d – целые числа,  $a>0$ :  $a = \dots$ ,  $b = \dots$ ,  $d = \dots$

$$a=-16, b=4, d=4$$

9. Найти  $\int \frac{dx}{x^2-2x-3}$

Ответ:  $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+b}{x+d} \right| + C$ , где a, b, d – целые числа,  $a>0$ :  $a = \dots$ ,  $b = \dots$ ,

$d = \dots$

$$a=4, b= -3, d=1$$

10. Найти  $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$

Ответ:  $\arcsin \frac{ax+b}{d} + C$ , где a, b, d – целые числа,  $a>0$ :  $a = \dots$ ,  $b = \dots$ ,

$d = \dots$

$$a=1, b=1, d=2$$

### Интеграл Римана

1. Найти максимальное значение интегральной суммы функции

$y = x^2$  на отрезке  $[0; 1]$ , если число отрезков разбиения равно 4.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 31 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

Ответ:  $\frac{a}{b}$ , где  $a = \dots$ ,  $b = \dots$  ( $a$  и  $b$  – положительные целые числа).

$$a = 15;$$

$$b = 32$$

2. При каких целых значениях параметров  $a$  и  $b$  справедливо равенство

$$\int_0^1 x \sqrt{e^{x^2+1}} dx = e^a - \sqrt{e^b}$$

$$a = 1; b = 1$$

3. Найти такие целые значения  $a$  и  $b$ , при которых справедливо равенство

$$\int_1^{e-1} \ln|x+1| dx = a + 2 \ln b$$

$$a = 1; b = 1$$

4. Вычислить определённый интеграл

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 7x}$$

Ответ:  $\frac{1}{a} \ln \frac{9}{b}$ , где  $a = \dots$ ,  $b = \dots$  ( $a$  и  $b$  – целые числа).

$$a = -7;$$

$$b = 16$$

5. При каком значении параметра  $a$  интеграл  $\int_0^3 \frac{ax+1}{x+1} dx$  равен площади  $S$  фигуры, ограниченной

линиями  $y = \frac{x-2}{x+1}$ ,  $y = -2$ ,  $x = 3$ ? Найти эту площадь  $S$ .

Ответ:  $a = \dots$ ,  $S = 9 - \ln b$ , где  $b = \dots$  ( $a$  и  $b$  – целые числа).

$$a = 3; b = 16$$

6. Найти длину дуги кривой  $y = \frac{2}{3} \sqrt{|x-1|^3}$  на отрезке  $[1;4]$ .

Ответ:  $\frac{a}{b}$ , где  $a = \dots$ ,  $b = \dots$  ( $a$  и  $b$  – положительные целые числа, дробь  $\frac{a}{b}$  – несократима).



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 32 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

$$a = 14; b = 3$$

7. Найти объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс плоской фигуры, ограниченной линиями  $x = y^2$ ,  $x = 4y - y^2$ ,  $x = 0$ .

Ответ:  $\frac{a\pi}{3}$ , где  $a = \dots$

$$a = 112$$

8. При каком минимальном значении  $n$  формула трапеции обеспечивает вычисление определённого интеграла  $\int_1^5 \ln x dx$  с точностью до 0,001?

$$74$$

9. Найти площадь фигуры, заключённой между кривой  $y = |2x - 3|e^{-x}$  и её горизонтальной асимптотой на промежутке  $[0; +\infty)$ .

$$5$$

10. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^e \frac{dx}{x \ln^3 x}$ , если он сходится.

$$-0,5$$

### Числовые ряды

1. Закончить утверждение.

Ряд называется сходящимся, если:

- 1) последовательность его частичных сумм имеет конечный или бесконечный предел;
- 2) предел общего члена ряда равен нулю;
- 3) последовательность его частичных сумм имеет конечный предел;
- 4) предел модуля общего члена равен нулю;
- 5) последовательность его частичных сумм является бесконечно большой.

3

2. Дан сходящийся ряд. При отбрасывании нескольких его ненулевых членов:

- 1) ряд останется сходящимся и его сумма не изменится;
- 2) ряд останется сходящимся и его сумма изменится;
- 3) ряд станет расходящимся;
- 4) ряд останется сходящимся и его сумма обязательно уменьшится;



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 33 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

5) не зная членов ряда, ничего нельзя сказать о сходимости или расходимости нового ряда.

2

3. Из данных рядов выбрать сходящиеся:

$$1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}; 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}; 3 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n; 4 \sum_{n=1}^{\infty} 3^n; 5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}.$$

1; 3

1. 4. Найдите соответствие между числовыми рядами и утверждениями:

$$a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n+4}; 1 \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1, \text{ ряд расходится};$$

$$б \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n}; 2 \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \infty, \text{ ряд расходится};$$

$$в \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{4n-1}; 3 \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0,$$

для ответа на вопрос о сходимости ряда требуется  
дополнительное исследование;

$$г \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{5n^2+7}; 4 \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0, \text{ ряд сходится}.$$

1-2

2-3

3-1

4-3

2. 5. Для каждого из данных рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  указать такое значение  $\alpha$ , что для ряда с общим членом

$$v_n = \frac{1}{n^\alpha} \text{ выполняется условие предельного признака сравнения: существует } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = k, k \neq 0, k \neq \infty.$$

Сделать вывод о сходимости исходного ряда (1 – сходится; 2 – расходится):

$$a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-7}{n^2 + \sqrt{n^2+7}}; б \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-7}{n^2 \sqrt{n^2+7}}$$

3.

а)  $\alpha = 1; 2$

б)  $\alpha = 2; 1$

6. Для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  с членами  $u_n = \frac{5^n}{n+2^n}$  найти  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$  и на основании этого сделать вывод о

сходимости ряда

(1 – сходится, 2 – расходится, 3 – требуется дополнительное исследование).

4.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 34 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

$$l = \frac{5}{2}; 2$$

5. 7. Пусть  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  знакоположительный ряд и  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$ . Выбрать верные окончания утверждения. Суще-

ствует такой положительный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ , у которого:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$ ;

2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ ;

3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  не конечен;

4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ .

2; 3; 4

8. Для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^4 - 15}$  указать тип сходимости

(1 – абсолютная сходимость, 2 – условная сходимость,  
3 – расходимость).

2

9. Сколько членов ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 10^n}$

надо взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до 0,00005?

3

10. Указать наиболее точную оценку для суммы S ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{2^n}$

$$10 < S < \frac{1}{2}; 2 \frac{3}{8} < S < \frac{5}{8}; 3 \frac{1}{8} < S < \frac{3}{8};$$

$$40 < S < \frac{1}{8}.$$

3

Криволинейные интегралы, двойные и тройные интегралы



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 35 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

Вычислить двойной интеграл  $\iint xy \, dx \, dy$ , если область D: эллипс  $4x^2 + y^2 \leq 4$

0

Изменить порядок интегрирования в интеграле:  $I = \int_1^3 dy \int_0^{2y} u \, dx$

$$\int_0^2 dx \int_1^3 u \, dy + \int_2^6 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{3}{2}} u \, dy$$

Вычислить двойной интеграл  $I = \iint_D \rho \sin \varphi \, d\rho \, d\varphi$ , если область D: полукруг  $\rho \leq 2a \cos \varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

$$\frac{2}{3} a^2$$

Найти площадь области, ограниченной линиями:  $\rho = a \cos \varphi$ ,  
 $\rho = b \cos \varphi$

$$\frac{\pi}{4} (b^2 - a^2)$$

Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями:

$$z = 4 - x^2 - y^2, 2z = 2 + x^2 + y^2$$

$$V = 3\pi$$

Найти массу пластинки, имеющей форму эллипса, если поверхностная плотность в каждой точке пластинки пропорциональна ее расстоянию r от малой оси эллипса и при r=1 она равна  $\lambda$

$$m = \frac{4}{3} a^2 b \lambda$$

Вычислить тройной интеграл

$$J = \iiint_W (x^2 + y^2 + z^2) \, dx \, dy \, dz, \text{ где область } W \text{ ограничена поверхностью}$$

$$3(x^2 + y^2) + z^2 = 3a^2$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 36 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

$$\frac{4\pi a^5}{\sqrt{3}}$$

Найти объем тела, ограниченного данными поверхностями:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2z, x^2 + y^2 = z^2$$

$$V = \pi$$

Найти центр тяжести сегмента шара, если в каждой его точке объемная плотность пропорциональна ее расстоянию от основания сегмента

$$z_c = \frac{20R^2 - 15Rh + 3h^2}{5(4R - h)}$$

Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_D (3x + 4y) dx dy dz, \text{ где область } D \text{ ограничена плоскостями: } y = x, y = 0,$$

$$x = 1, z = 5(x^2 + y^2), z = 0$$

7

Вычислить массу неоднородного тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 2z, z = 0, x \geq 0, y \geq 0, \text{ если известна функция его плотности } \rho(x, y, z) = 10x$$

$$m = 1$$

С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = 1 - x^2 - y^2, x + y - 1 \leq 0, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

$$V = \frac{1}{3}$$

Даны точки A(3;-6;0) и B(-2;4;5). Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_C x y^2 dx + y z^2 dy - z x^2 dz \text{ по дуге } AB \text{ окружности, заданной уравнениями}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 45, 2x + y = 0$$

$$-173 \frac{3}{4}$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 37 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_{-l}^l 2x dx - (x+2y) dy$  вдоль периметра треугольника с вершинами A(-1;0), B(0;2), C(2;0)

3

Вычислить работу, совершаемую силой тяжести при перемещении точки массы  $m$  по дуге АВ некоторой кривой

$$mg(z_B - z_A)$$

Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L xy dl$  по дуге окружности  $x(t) = \cos t, y(t) = \sin t$ , при

изменении параметра  $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$

$$\frac{-1}{2}$$

Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L x^2 y dy - y^2 x dx$  по кривой  $x = \sqrt{\cos t}$ ,

$$y = \sqrt{\sin t}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{4}$$

Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C (2x+y) dx + 3x dy$  по контуру С, ограниченному линиями

$$y = x^2, y = 4,$$

$x = 0$ . Интегрировать против часовой стрелки

$$\frac{32}{3}$$

### 3.2.2 Контрольные работы

#### Контрольная работа за 1 семестр

Вариант 31

1. Вычислить  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|2n+1|^2 - |n+1|^2}{n^2 + n + 1}$

Решение:



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|2n+1|^2 - |n+1|^2}{n^2+n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+4n+1 - n^2-2n-1}{n^2+n+1} = 3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+2}{n^2+n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+\frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}} = 3$$

2. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2+4+\dots+2n}{n+3} - n \right)$

Решение:

Сумма арифметической прогрессии  $s_n = \frac{2a_1+d(n-1)}{2} \cdot n$  или

$$s_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n$$

$$1+2+\dots+n = \frac{1+n}{2} \cdot n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{n^2+n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1+n}{2} \cdot n}{n^2+n+1} = \frac{1}{2}$$

3. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2+4n-1}{4n^2+2n+3} \right)^{1-2n}$

Решение:

Сведём ко второму замечательному пределу  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2+4n-1}{4n^2+2n+3} \right)^{1-2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2+2n+3+2n-4}{4n^2+2n+3} \right)^{1-2n} = 1$$

$$\left[ \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2n-4}{4n^2+2n+3} \right)^{\frac{4n^2+2n+3}{2n-4}} \right]^{\frac{2n-4}{4n^2+2n+3} (1-2n)} = 1$$

$$e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-4)(1-2n)}{4n^2+2n+3}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4n^2+10n-4}{4n^2+2n+3}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2} - 9}$

Решение:



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}} = \left[ \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{4}}{\sqrt[3]{9-9}} = \frac{0}{0} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1})(\sqrt{x+13} + 2\sqrt{x+1})}{\sqrt[3]{x^2-9}(\sqrt{x+13} + 2\sqrt{x+1})} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+13 - 4x - 4}{\sqrt[3]{(x-3)(x+3)}(\sqrt{x+13} + 2\sqrt{x+1})} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x+9}{\sqrt[3]{(x-3)(x+3)}(\sqrt{x+13} + 2\sqrt{x+1})} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3(x-3)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x+3}(\sqrt{x+13} + 2\sqrt{x+1})} = \frac{-3 \cdot 0}{\sqrt[3]{6}(\sqrt{16} + 2\sqrt{4})} = \frac{0}{\sqrt[3]{6} \cdot 8} = 0$$

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 2x}{1 + \cos |x - 3\pi|}$

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 + \cos |x - 3\pi|} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot 2 \sin x \cos x}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \left[ \begin{array}{l} \text{при } x \rightarrow 0 \sin x \sim x \\ \text{эквивалентные функции} \end{array} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot x \cdot \cos x}{\frac{x^2}{2}} = \frac{\cos 0}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 1 = 2$$

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x} = \left[ \frac{0}{0} \right] = - \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2 \sin 2x \cdot \sin x \cdot \cos^2 2x}{\sin^2 2x} = 0$$

$$-2 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x \cdot \cos^2 2x}{\sin 2x} = -2 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x \cos^2 2x}{2 \sin x \cos x} = 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos^2 2x}{\cos x} = -1 \cdot \frac{1}{-1} = 1$$



7. Найти производную функции  $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$

Решение:

$$y' = \frac{2}{15} \left[ \frac{(3x^3 + 4x^2 - x - 2)' \cdot \sqrt{1+x}}{1+x} - \frac{(3x^3 + 4x^2 - x - 2)(\sqrt{1+x})'}{1+x} \right] = i$$

$$\frac{2}{15} \left[ \frac{(9x^2 + 8x - 1)\sqrt{1+x} - \frac{3x^3 + 4x^2 - x - 2}{2\sqrt{1+x}}}{1+x} \right] = i$$

$$\frac{2}{15} \left[ \frac{2(9x^2 + 8x - 1)(1+x) - 3x^3 - 4x^2 + x + 2}{2\sqrt{1+x}(1+x)} \right] = i$$

$$\frac{1}{15} \left[ \frac{18x^2 + 18x^3 + 16x + 16x^2 - 2 - 2x - 3x^3 - 4x^2 + x + 2}{\sqrt{1+x}(1+x)} \right] = i$$

$$\frac{1}{15} \cdot \frac{15x^3 + 30x^2 + 15x}{\sqrt{1+x}(1+x)} = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{\sqrt{1+x}(1+x)} = \frac{x(1+x)^2}{\sqrt{1+x}(1+x)} = x\sqrt{1+x}$$

8. Найти первую производную функции  $y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin^2 3x}{3 \cos 6x}$

Решение:

$$y' = \frac{1}{9} \cdot \frac{(\sin^2 3x)' \cdot \cos 6x - \sin^2 3x \cdot (\cos 6x)'}{\cos^2 6x} = i$$

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{2 \sin 3x \cdot \cos 3x \cdot 3 \cdot \cos 6x + 6 \sin^2 3x \cdot 6 \cdot \sin 6x}{\cos^2 6x} = i$$

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{3 \cdot \sin 6x \cdot \cos 6x + 6 \cdot \sin^2 3x \cdot \sin 6x}{\cos^2 6x} = i$$

$$\left[ \sin^2 3x = \frac{1 - \cos 6x}{2} \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin 6x (\cos 6x + 1 - \cos 6x)}{\cos^2 6x} = i$$

$$\frac{1}{3} \operatorname{tg} 6x \cdot \sec 6x$$



**9.** Составить уравнение касательной и нормали к графику функции

$$y = \frac{4x - x^2}{4}, x_0 = 2$$

Решение:

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0) \text{ – уравнение касательной.}$$

$$y_0 = y(x_0) = y(2) = \frac{4 \cdot 2 - 2^2}{4} = \frac{8 - 4}{4} = 1$$

$$y' = \frac{1}{4}(4x - x^2)' = \frac{1}{4}(4 - 2x) = \frac{2 - x}{2}$$

$$y'(x_0) = y'(2) = 0$$

$$y - 1 = 0 \cdot (x - 2)$$

$y = 1$  – уравнение касательной.

$$y - y_0 = \frac{-1}{f'(x_0)}(x - x_0) \text{ – уравнение нормали.}$$

$$y - 1 = \frac{-x - 2}{0}$$

$$x - 2 = 0$$

$x = 2$  – уравнение нормали.

**10.** Найти дифференциал функции  $y = x \cdot \arcsin \frac{1}{x} + \ln |x + \sqrt{x^2 - 1}|, x > 0$

Решение:

$$y' = x' \cdot \arcsin \frac{1}{x} + x \left( \arcsin \frac{1}{x} \right)' + \frac{|x + \sqrt{x^2 - 1}|'}{|x + \sqrt{x^2 - 1}|} = i$$

$$\arcsin \frac{1}{x} + x \cdot \frac{\left( \frac{-1}{x^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} + \frac{\left| 1 + \frac{2}{2\sqrt{x^2 - 1}} \right|}{|x + \sqrt{x^2 - 1}|} = i$$

$$\arcsin \frac{1}{x} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1} \cdot x^2} + \frac{|\sqrt{x^2 - 1} + x|}{|x + \sqrt{x^2 - 1}| \cdot \sqrt{x^2 - 1}} = \arcsin \frac{1}{x}$$

$$dy = \arcsin \frac{1}{x} \cdot dx$$

**11.** Исследовать функцию на экстремум  $y = 16x^3 + 12x^2 - 5$

Решение:

Область определения функции  $D(y) = R$

$$y' = 48x^2 + 24x$$



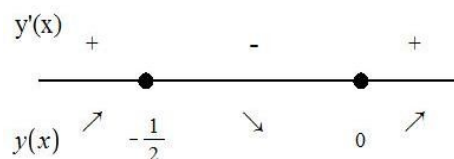
$D(y) = R$  – критических точек нет

$$y' = 0$$

$$48x^2 + 24x = 0$$

$$24x(2x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -\frac{1}{2} \text{ – стационарные точки}$$



$$x_{max} = -\frac{1}{2}$$

$$x_{min} = 0$$

$$y_{max} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5 = \frac{-16}{8} + \frac{12}{4} - 5 = -2 + 3 - 5 = -4$$

**12.** Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$$y = \frac{10x + 10}{x^2 + 2x + 2} \text{ при } x \in [-1; 2]$$

Решение:

$$y(-1) = \frac{-10 + 10}{1 - 2 + 2} = 0$$

$$y(2) = \frac{20 + 10}{4 + 4 + 2} = \frac{30}{10} = 3$$

$$y' = \frac{(10x + 10)'(x^2 + 2x + 2) - (10x + 10)(x^2 + 2x + 2)'}{(x^2 + 2x + 2)^2} = 0$$

$$\frac{10(x^2 + 2x + 2) - (10x + 10)(2x + 2)}{(x^2 + 2x + 2)^2} = 0$$

$$\frac{10x^2 + 20x + 20 - 20x^2 - 20x - 20x - 20}{(x^2 + 2x + 2)^2} = \frac{-10x^2 - 20x}{(x^2 + 2x + 2)^2} = 0$$

$$-\frac{10x(x + 2)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$$

$$y' = 0 \text{ при } x = 0; x = -2; 0 \in [-1; 2]$$

$$y(0) = \frac{10}{2} = 5$$

$$y_{\text{наибольшее}} = 5; y_{\text{наименьшее}} = 0$$



**13.** Исследовать функцию и построить график  $y = \frac{x^3 - 4}{x^2}$

Решение:

1) Область определения  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2)  $y(-x) \neq y(x)$

$y(-x) \neq -y(x)$

3) Функция не периодична

4)  $y=0$  при  $x = \sqrt[3]{4}$  – координаты пересечения графика с осью  $OX$   
 $x \neq 0$  – осью  $OY$  не пересекается

5) Промежутки возрастания и убывания функции

$$y' = \frac{(x^3 - 4) \cdot x^2 - (x^3 - 4) \cdot (x^2)'}{x^4} = \frac{3x^2 \cdot x^2 - (x^3 - 4) \cdot 2x}{x^4} =$$

$$\frac{3x^4 - 2x^2 + 8x}{x^4} = \frac{x^4 + 8x}{x^4} = \frac{x^3 + 8}{x^3}$$

$y'$  не определена при  $x=0$ , но  $x=0$  не входит в область определения  $y(x)$ , следовательно, критических точек нет.

$y' = 0$  при  $x^3 + 8 = 0$ , следовательно,  $x = -2$  – стационарная точка.

$x_{max} = -2$  – точка максимума

$$y_{max} = \frac{(-2)^3 - 4}{(-2)^2} = \frac{-8 - 4}{4} = -3 \text{ – максимум функции}$$

При  $x \in (-\infty; -2]$  функция возрастает; при  $x \in [-2; 0)$  функция убывает, при  $x \in (0; +\infty)$  функция возрастает.

6) Перегибы функции и точки перегибов

$$y'' = \frac{(x^3 + 8) \cdot x^3 - (x^3 + 8) \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{3x^2 \cdot x^3 - 3x^5 - 24x^2}{x^6} =$$

$$-\frac{24x^2}{x^6} = -\frac{24}{x^4}$$

$y'' < 0$  – функция выпукла вверх

$y'' \neq 0$  – точек перегиба и перегибов нет

7) Вертикальные и наклонные асимптоты

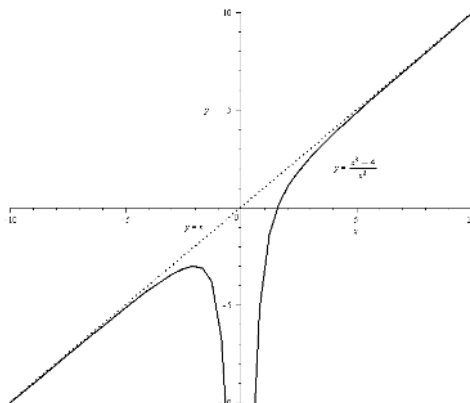
Так как  $\lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{x^3 - 4}{x^3} = -\infty$ , то  $x=0$  – вертикальная асимптота

$y = kx + b$  – уравнение наклонной асимптоты

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{\frac{x^3 - 4}{x^3}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \pm 0} \left(1 - \frac{4}{x^3}\right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{4}{x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{1 - 4x^2}{x^3} =$$

$y = x$  – наклонная асимптота.



**Контрольная работа за 2 семестр**  
**Вариант 31**

1. Найти интеграл  $\int \frac{x \cdot \cos x \, dx}{\sin^3 x}$

Решение:

Сначала нужно применить формулу интегрирования по частям, затем табличную формулу

$$\int \frac{x \cdot \cos x \, dx}{\sin^3 x} = \left[ \begin{array}{l} u = x \quad dv = \frac{\cos x}{\sin^3 x} \, dx \\ du = dx \quad v = \int \frac{\cos x}{\sin^3 x} \, dx = \int \sin^{-3} x \, d(\sin x) = \int \frac{\sin^{-2} x}{-2} = -\frac{1}{2 \sin^2 x} \end{array} \right] = -\frac{x}{2 \sin^2 x} + \int \frac{dx}{2 \sin^2 x} = -\frac{x}{2 \sin^2 x} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$$

Для нахождения  $v$  использовался метод внесения функции под знак дифференциала:  $d(\sin x) = \cos x \, dx$

2. Вычислить определённый интеграл  $\int_{-2}^0 (x^2 + 2)e^{\frac{x}{2}} \, dx$

Решение:

В этом примере в отличие от предыдущего требуется вычислить определённый интеграл с пределами интегрирования от -2 до 0. После нахождения неопределённого интеграла по частям необходимо вспомнить формулу Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a).$$



$$\int_{-2}^0 (x^2+2)e^{\frac{x}{2}} dx = \left[ \begin{array}{l} u = x^2+2 \quad dv = e^{\frac{x}{2}} dx \\ du = 2x dx \quad v = \int e^{\frac{x}{2}} dx = 2 \cdot \int e^{\frac{x}{2}} d\left(\frac{x}{2}\right) = 2e^{\frac{x}{2}} \end{array} \right] = 2e^{\frac{x}{2}}(x^2+2) \Big|_{-2}^0 - 2 \int_{-2}^0 e^{\frac{x}{2}} \cdot 2x dx = 2e^0 \cdot 6 - 4 \cdot \int_{-2}^0 x e^{\frac{x}{2}} dx = 12 - 4 \int_{-2}^0 x e^{\frac{x}{2}} dx$$

$$2e^{\frac{x}{2}}(x^2+2) \Big|_{-2}^0 - 2 \int_{-2}^0 e^{\frac{x}{2}} \cdot 2x dx = 2e^0 \cdot 6 - 4 \cdot \int_{-2}^0 x e^{\frac{x}{2}} dx = 12 - 4 \int_{-2}^0 x e^{\frac{x}{2}} dx$$

$$\left[ \begin{array}{l} u = x \quad dv = e^{\frac{x}{2}} dx \\ du = dx \quad v = 2e^{\frac{x}{2}} \end{array} \right] = 4 - \frac{12}{e} - 4 \cdot$$

$$4 - \frac{12}{e} - 4$$

$$4 - \frac{28}{e} + 16 - \frac{16}{e} = 20 - \frac{44}{e}$$

Для нахождения  $v$  вновь применялось подведение функции под дифференциал:

$d\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} dx$ , а также табличная формула.

$$3. \text{ Найти интеграл } \int \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx$$

Решение:

Для нахождения интеграла следует воспользоваться методом замены переменной:  $\sqrt{x} = t$ . Продифференцировав обе части замены, легко выразить дифференциал независимой переменной  $dx$ . Производную левой части удобно искать по формуле для степенной функции, полагая  $n=1/2$ .

$$\int \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx = \left[ \begin{array}{l} \sqrt{x} = t \\ \frac{dx}{2\sqrt{x}} = dt \quad dx = 2\sqrt{x} dt = 2t dt \end{array} \right] = \int \frac{(1-t)2t dt}{t(t^2+1)} = 2 \int \frac{(1-t) dt}{t^2+1} = 2 \int \frac{dt}{t^2+1} - 2 \int \frac{t dt}{t^2+1} = 2 \arctg t - 2 \cdot \frac{1}{2} \int \frac{t^2+1}{t^2+1} = 2 \arctg t - \ln(t^2+1) = 2 \arctg \sqrt{x} - \ln(x+1) + C$$

После выполнения замены интеграл можно разложить на два, первый из которых – табличный а второй легко сводится к табличному подведением функции  $t^2+1$  под знак дифференциала  $d(t^2+1) = 2t dt$ .

$$4. \text{ Найти площадь фигуры, ограниченной графиками } x = 4 - |y - 1|^2 \text{ и } x = y^2 - 4y + 3.$$

Решение:

Изобразим графически фигуру, площадь которой нужно найти. Графиками обоих уравнений являются параболы (обратите внимание, что формально изменена роль  $x$  и  $y$ :



$x(y)$  – функция,  $y$  – аргумент). При затруднении в построении графиков функций, необходимо обратиться к электронному ресурсу <http://www.wolframalpha.com/>

Найдём пределы интегрирования, приравняв правые части уравнений:

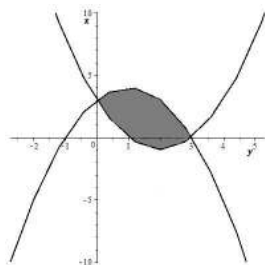
$$4 - (y - 1)^2 = y^2 - 4y + 3$$

$$4 - y^2 + 2y - 1 = y^2 - 4y + 3$$

$$2y^2 - 6y = 0$$

$$2y(y - 3) = 0$$

$$y = 0, y = 3 - \text{пределы интегрирования, } y \in [0; 3]$$



Площадь рассчитаем по формуле  $S = \int_a^b [f_1(y) - f_2(y)] dy$ , где

$f_1(y) > f_2(y)$  на отрезке  $[a; b]$ .

$$S = \int_0^3 [4 - (y - 1)^2 - y^2 + 4y - 3] dy = \int_0^3 (-2y^2 + 6y) dy =$$

$$-\frac{2y^3}{3} + \frac{6y^2}{2} = \left( -\frac{2y^3}{3} + 3y^2 \right) \Big|_0^3 = \frac{-2 \cdot 27}{3} + 3 \cdot 9 = -18 + 27 = 9$$

5. Найти длину дуги  $y = \frac{1 - e^x - e^{-x}}{2}$ ,  $0 \leq x \leq 3$

Решение:

Уравнение дуги задано в прямоугольных координатах, поэтому воспользуемся готовой формулой для вычисления её длины:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Найдём производную  $f'(x)$  и возведём её в квадрат:

$$f'(x) = y' = \frac{-e^x + e^{-x}}{2}$$

$$(y')^2 = \frac{e^{-2x} - 2e^{-x} \cdot e^x + e^{2x}}{4} = \frac{e^{2x} + e^{-2x} + 2}{4}$$

Преобразуем выражение, стоящее под знаком квадратного корня, вылив полный квадрат суммы, и вычислим определённый интеграл:



$$1 + \frac{e^{2x} + e^{-2x} - 2}{4} = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4} = \frac{(e^x + e^{-x})^2}{4}$$

$$L = \int_0^3 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) \Big|_0^3 = \frac{1}{2} [(e^3 - e^{-3}) - (e^0 - e^0)] = \frac{e^3 - e^{-3}}{2}$$

6. Найти область определения функции  $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 1$ .

Решение: Внешняя часть круга с центром в начале координат и радиуса 1.

7. Найти частные производные функции  $z = \frac{\cos x^2}{x+y}$

Решение:

$$z'_x = \frac{(\cos x^2)'_x \cdot (x+y) - \cos x^2 \cdot (x+y)'_x}{(x+y)^2} = \frac{-2x \sin x^2 \cdot (x+y) - \cos x^2}{(x+y)^2}$$

$$z'_y = \cos x^2 \cdot \left( \frac{1}{x+y} \right)'_y = \frac{-\cos x^2}{(x+y)^2}$$

8. Найти производную сложной функции

$$z = \frac{4y}{\sqrt{y^2 - x}}, \text{ где } x = t \cdot \cos t, y = t \cdot \sin t$$

Решение:

$$\frac{dz}{dt} = \left( \frac{4y}{\sqrt{y^2 - x}} \right)'_x \cdot \frac{dx}{dt} + \left( \frac{4y}{\sqrt{y^2 - x}} \right)'_y \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\left( \frac{4y}{\sqrt{y^2 - x}} \right)'_x = 4y \cdot \left( (y^2 - x)^{-\frac{1}{2}} \right)'_x = 4y \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) \cdot (y^2 - x)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\cdot (y^2 - x)'_x = \frac{2y}{(y^2 - x)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2y}{\sqrt{(y^2 - x)^3}}$$

$$\left( \frac{4y}{\sqrt{y^2 - x}} \right)'_y = \frac{4 \cdot \sqrt{y^2 - x} - 4y \cdot \frac{2y}{2\sqrt{y^2 - x}}}{y^2 - x} = \frac{4(y^2 - x) - 4y^2}{\sqrt{(y^2 - x)^3}} = \frac{-4x}{\sqrt{(y^2 - x)^3}}$$

$$-\frac{4x}{\sqrt{(y^2 - x)^3}}$$

$$\frac{dx}{dt} = \cos t - t \sin t$$

$$\frac{dy}{dt} = \sin t - t \cos t$$



$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= \frac{2y}{\sqrt{(y^2-x)^3}} \cdot (\cos t - t \sin t) - \frac{4x}{\sqrt{(y^2-x)^3}} \cdot (\sin t - t \cos t) = i \\ &= \frac{2}{\sqrt{(y^2-x)^3}} \cdot (y \cos t - yt \sin t - 2x \sin t + 2xt \cos t) = i \\ &= \frac{2}{\sqrt{(y^2-x)^3}} \cdot ((y+2xt) \cdot \cos t - (yt+2x) \cdot \sin t)\end{aligned}$$

9. Найти производную неявной функции  $t g^3 z + \sin x + \cos y - e^x = 0$

Решение:

$$\frac{3t g^2 z}{\cos^2 z} \cdot z'_x + \cos x - e^x = 0$$

$$z'_x = \frac{(e^x - \cos x) \cdot \cos^2 z}{3t g^2 z}$$

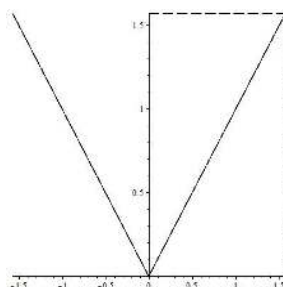
$$\frac{3t g^2 z}{\cos^2 z} \cdot z'_y - \sin y = 0$$

$$z'_y = \frac{\sin y \cdot \cos^2 z}{3t g^2 z}$$

10. Найти экстремум функции  $z = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$

в прямоугольнике  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ .

Решение:



Наибольшее или наименьшее значение функция принимает в точках экстремума или на границе области.

$$\begin{cases} z'_x = \cos x + \cos(x+y) \\ z'_y = \cos y + \cos(x+y) \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое

$$\cos y - \cos x = 0$$

$$\cos x = \cos y$$

Этому условию удовлетворяет:

$$\begin{cases} y = x \\ y = -x - \text{не принадлежит области} \end{cases}$$



Подставляя  $y = x$  в любое из уравнений получим

$$\cos x + \cos 2x = 0$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 3^2$$

$$\cos x = \frac{-1 \pm 3}{4}; \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi + 2\pi n - \text{не принадлежит области} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n - \text{указанной области принадлежит } x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Откуда получаем  $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$

Вычислим значение функции в точках:

$$z(0, 0) = 0$$

$$z\left(0; \frac{\pi}{2}\right) = 2$$

$$z\left(\frac{\pi}{2}; 0\right) = 2$$

$$z\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) = 2$$

$$z\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2.6$$

Ответ:

$$z_{\text{наиб}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$z_{\text{наим}} = 0$$

### Контрольная работа за 3 семестр

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint xy \, dx \, dy$ , если область D: ограничена прямой  $y = x - 4$  и параболой  $y^2 = 2x$

Ответ: 90

2. Изменить порядок интегрирования в интеграле:  $I = \int_{-\sqrt{x}}^1 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 v \, dy$

Ответ:



$$\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} v dx + \int_{-\sqrt{3}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^1 v dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{3}}^1 v dx$$

3. Вычислить двойной интеграл  $I = \iint_D \rho \sin \varphi \, d\rho \, d\varphi$ , если область D: круговой сектор,

ограниченный линиями  $\rho = a, \varphi = \frac{\pi}{2}, \varphi = \pi$

Ответ:  $\frac{a^2}{2}$

4. Найти площадь области, ограниченной линиями:  $y^2 = x^3, y^2 = 8(6-x)^3$

Ответ:  $38 \frac{2}{4}$

5. Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями:

$$y = x^2, y = 1, x + y + z = 4, z = 0$$

Ответ:  $V = \frac{68}{15}$

6. Найти центр тяжести равнобедренного прямоугольного треугольника, если в каждой его точке поверхности плотность пропорциональна расстоянию ее до гипотенузы.

Ответ:  $x_c = 0, y_c = \frac{a}{2}$

7. Вычислить тройной интеграл

$$K = \iiint_T y \, dx \, dy \, dz, \text{ где область } T \text{ ограничена поверхностями } y = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ и } y = h, h > 0$$

Ответ:  $\frac{\pi h^4}{4}$

8. Найти объем тела, ограниченного данными поверхностями:

$$x + y + z = 4, x = 3,$$

$$y = 2, x = 0, y = 0, z = 0$$

Ответ:  $V = \frac{55}{6}$

9. Найти массу тела, ограниченного цилиндрической поверхностью  $x^2 = 2y$  и плоскостями  $y + z = 1, 2y + z = 2$ , если в каждой его точке объемная плотность численно равна ординате этой точки

Ответ:  $m = \frac{8\sqrt{2}}{35}$

10. Вычислить тройной интеграл  $I = \iiint_D 8y^2 z e^{2xyz} \, dx \, dy \, dz$ , где область D ограничена

$$\text{плоскостями: } x = -1, x = 0, y = 0, y = 2, z = 0, z = 1$$

Ответ:  $5 - e^{-4}$

11. Вычислить массу неоднородного тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, z^2 = x^2 + y^2, y \geq 0, \text{ если известна функция его плотности } \rho(x, y, z) = 70yz.$$

Ответ:  $m = 4$

12. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:



$$z = x^2 + y^2, z^2 = x^2 + y^2$$

Ответ:  $V = \frac{\pi}{6}$

13. Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_L (4\sqrt[3]{x} - e\sqrt{y}) dl, \text{ от точки } E(-1;0) \text{ до точки } H(0;1) \text{ по дуге астероиды } x = \cos^3 t,$$

$$y = \sin^3 t.$$

Ответ:  $-\frac{46}{7}$

14. Даны точки A(3;-6;0) и B(-2;4;5). Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_C x y^2 dx + y z^2 dy - z x^2 dz \text{ по прямолинейному отрезку } OB.$$

Ответ: 91

15. Найти длину кардиоиды

$$x = 2a \cos t - a \cos 2t, y = 2a \sin t - a \sin 2t.$$

Ответ:  $16a$

16. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x - y) dx + x dy$  по верхней половине эллипса

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1. \text{ Интегрировать против часовой стрелки.}$$

Ответ:  $\frac{3\sqrt{3} - 1}{3}$

17. Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_C (x + y) dx + (x - y) dy \text{ по окружности } x^2 + y^2 = 4 \text{ (по формуле Грина).}$$

Ответ: 0

## Критерии оценивания по видам оценочных средств

### Критерии оценивания теста

Оценка	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (max – 100)	Менее 60	60-75	76-95	96-100
Оценка	Не зачтено	Зачтено		
Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (max – 100)	Менее 60	60-100		



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 52 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## Критерии оценивания контрольной работы

Оценка "отлично" ставится, если студент

- 1) легко ориентируется в содержании учебного материала, свободно пользуется понятийным аппаратом;
- 2) обладает умением связывать теорию с практикой, высказывать и обосновывать свои суждения;
- 3) знает и правильно применяет формулы;
- 4) решение задачи записано понятно, аккуратно, последовательно;
- 5) записан правильный ответ.

Оценка "хорошо" ставится, если студент

- 1) демонстрирует полное освоение теоретического материала, владеет понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет знания для решения практических задач, грамотно излагает свою позицию;
- 2) знает и применяет формулы, но допускает небольшие неточности;
- 3) решение задачи записано, но не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;
- 4) записан правильный ответ.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если студент

- 1) демонстрирует неполное освоение теоретического материала, плохо владеет понятийным аппаратом, плохо ориентируется в изученном материале, неуверенно излагает свою позицию;
- 2) знает отдельные формулы, но допускает значительные неточности в их применении;
- 3) решение задачи записано неверно, не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;
- 4) записан правильный ответ.

Оценка "не удовлетворительно" ставится, если студент

- 1) имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл;
- 2) беспорядочно и неуверенно излагает материал, не может применять знания для решения практических задач;
- 3) решение задачи записано неверно либо отсутствует;
- 4) записан неправильный ответ либо не записан ответ.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 53 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## 4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 4.1 Порядок проведения и содержание оценочных средств для промежуточной аттестации

#### Зачет

Зачёт проводится в два этапа. На первом этапе студент решает две задачи и отвечает письменно на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

#### Экзамен

Экзамен ставится после подведения итогов по всем видам аудиторной и самостоятельной работы студента, а так же собеседования по предлагаемым вопросам. Экзамен проводится в форме устного опроса. В аудитории, где проводится экзамен, должно одновременно присутствовать не более 5 студентов. Каждому студенту задается по 2 теоретических вопроса, выносимых на экзамен. При неправильном ответе студенту могут быть заданы уточняющие вопросы.

Перечень вопросов к зачёту первого семестра:

1. Определение функции одного действительного переменного. Способы задания функции.

2. Элементарные функции и их классификация.

3. Определение предела функции по Гейне и по Коши.

4. Непрерывные функции, примеры.

5. Свойства пределов функции.

6. Различные формы записи непрерывности функции в точке.

7. Классификация точек разрыва функции.

8. Непрерывность элементарных функций.

9. Замечательные пределы.

10. Сравнение функций, свойства эквивалентных функций.

11. Определение производной.

12. Определение дифференциала функции.

13. Геометрический смысл производной и дифференциала.

14. Физический смысл производной и дифференциала.

15. Правила вычисления производных.

16. Производная обратной функции.

17. Производная и дифференциал сложной функции.

18. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

19. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 54 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_


20. Формула Тейлора.
21. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора.
22. Исследование функции: признак монотонности функции.
23. Исследование функции: необходимые и достаточные условия экстремума.
24. Исследование функции: выпуклость и точки перегиба.
25. Асимптоты графика функции.

### Перечень вопросов к зачету второго семестра:

1. Вычисление неопределенных интегралов. Замена переменной, интегрирование по частям.
2. Интегрирование рациональных и иррациональных функций.
3. Интегрирование тригонометрических и трансцендентных функций.
4. Вычисление интеграла Римана. Формула Ньютона – Лейбница.
5. Интеграл Римана. Замена переменной и интегрирование по частям.
6. Решение типовых задач геометрии, механики и физики с применением интеграла Римана.
7. Вычисление несобственных интегралов Римана первого рода.
8. Вычисление несобственных интегралов Римана второго рода.
9. Вычисление главного значения несобственного интеграла.
10. Приближенное вычисление интегралов Римана. Оценка погрешности.
11. Функции нескольких переменных. График функции. Множество уровня. Линия уровня. Поверхность уровня.
12. Вычисление предела функции. Предел по множеству. Предел функции в точке по кривой. Вычисление повторных пределов.
13. Непрерывность функций многих переменных.
14. Равномерная непрерывность функций.
15. Правила вычисления частных производных и частных дифференциалов.
16. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Правила вычисления дифференциалов.
17. Производная по направлению. Градиент. Свойства градиента.
18. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
19. Экстремум функции многих переменных.
20. Неявные функции. Вычисление частных производных и дифференциалов неявных функций.
21. Условный экстремум. Вычисление условного экстремума методом неопределенных коэффициентов Лагранжа.
22. Глобальный экстремум.

### Перечень вопросов к зачету третьего семестра:

1. Знакопостоянные числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
2. Знакопеременные числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.
3. Бесконечные произведения. Двойные и повторные ряды.
4. Функциональные последовательности. Равномерная сходимость. Признаки равномерной

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 55 из 71	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

сходимости и свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей.

5. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости и свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

6. Степенные ряды. Вычисление радиуса сходимости степенных рядов.

7. Ряд Тейлора. Разложения элементарных функций. Разложение функций в степенные ряды интегрированием (дифференцированием) известных рядов.

8. Способы задания кривой на плоскости и в пространстве. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.

9. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

10. Вычисление двойного интеграла Римана.

11. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярной системе координат. Общий случай криволинейных координат.

12. Применение двойного интеграла для решения типичных задач геометрии и физики.

13. Формула Грина. Применение формулы Грина для вычисления интегралов.

14. Вычисление тройного интеграла Римана.

15. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрическая, сферическая системы координат.

16. Применение тройного интеграла Римана для решения типовых задач геометрии и физики.

17. Вычисление двойного и тройного несобственных интегралов Римана.

20. Вычисление главного значения несобственных интегралов.

21. Вычисление поверхностного интеграла первого рода.

22. Вычисление поверхностного интеграла второго рода.

### Перечень вопросов к экзамену первого семестра:

1. Основные понятия теории множеств. Операции над множествами.

2. Принцип математической индукции.

3. Конечные множества. Размещения, перестановки, сочетания.

4. Бином Ньютона.

6. Система аксиом действительных чисел.

7. Аксиома непрерывности множества действительных чисел, свойство полноты.

8. Определение модуля действительного числа и его свойства.

9. Сечения в множестве действительных чисел.

10. Понятия целой степени и корня действительного числа. Рациональные степени действительных чисел.

11. Расширенная числовая прямая.

12. Промежутки действительных чисел (отрезок, интервал, полуинтервал, окрестность точки).

13. Ограниченные и неограниченные множества.

14. Определения верхней и нижней граней.

15. Теорема о вложенных отрезках.

16. Два подхода к определению предела последовательности. Конечный, бесконечный предел последовательности.

17. Единственность предела последовательности.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 56 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

18. Ограниченность сходящихся последовательностей.
19. Переход к пределу в неравенствах.
20. Свойства монотонных последовательностей.
21. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
22. Подпоследовательности и частичные пределы.
23. Критерий Коши сходимости последовательности.
24. Число « $\epsilon$ ».
25. Бесконечно малые величины (последовательности).
26. Бесконечно большие величины (последовательности).
27. Определение функции одного действительного переменного.
28. Определение предела функции по Гейне и по Коши.
29. Условие существования предела функции.
30. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность.
31. Свойства пределов функции.
32. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
33. Различные формы записи непрерывности функции в точке.
34. Классификация точек разрыва функции.
35. Пределы монотонных функций.
36. Критерий Коши существования предела функции.
37. Предел и непрерывность композиции функций.
38. Теорема Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.
39. Обратные функции.
40. Непрерывность элементарных функций.
41. Замечательные пределы.
42. Сравнение функций, свойства эквивалентных функций.
43. Определение производной и дифференциала функции.
44. Теорема Ферма.
45. Теорема Ролля.
46. Теорема Лагранжа о среднем значении.
47. Теорема Коши о среднем значении.
48. Вывод формулы Тейлора.
49. Различные формы остаточного члена.
50. Алгоритм исследования функции с помощью производной.

#### Перечень вопросов к экзамену второго семестра:

1. Неопределенный интеграл, основные свойства.
2. Неопределенный интеграл, табличные интегралы.
3. Неопределенный интеграл, интегрирование подстановкой.
4. Неопределенный интеграл, интегрирование по частям.
5. Определенный интеграл (Римана), основные свойства.
6. Основная лемма Дарбу.
7. Классы интегрируемых функций.
8. Интегрируемость непрерывной сложной функции.
9. Оценки интегралов.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»


Версия документа - 1

стр. 57 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

10. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона – Лейбница.
11. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
12. Неравенство Юнга.
13. Неравенство Гельдера для сумм и интегралов.
14. Неравенство Минковского для сумм и интегралов.
15. Несобственные интегралы I рода, достаточные признаки сходимости.
16. Несобственные интегралы I рода, абсолютная и условная сходимость.
17. Несобственные интегралы II рода.
18. Главное значение несобственного интеграла.
19. Приближенное вычисление определенного интеграла, метод прямоугольников, остаточный член.
20. Приближенное вычисление определенного интеграла, метод трапеций, остаточный член.
21. Приближенное вычисление определенного интеграла, метод парабол, остаточный член.
22. Функция многих переменных, основные понятия.
23. Свойства пределов функций многих переменных.
24. Свойства непрерывных функций многих переменных.
25. Предел и непрерывность композиции функций многих переменных.
26. Равномерная непрерывность функции с ограниченной производной.
27. Равномерная непрерывность сложной функции (условие Липшица).
28. Условие равномерной непрерывности функции, модуль непрерывности.
29. Частные производные, правила вычисления.
30. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
31. Достаточные условия дифференцируемости функции многих переменных.
32. Дифференциал функции нескольких переменных.
33. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных, инвариантность формы первого дифференциала.
34. Теорема Эйлера об однородных функциях.
35. Производная по направлению, градиент.
36. Условие равенства вторых смешанных частных производных функции двух переменных.
37. Условие независимости смешанной частной производной порядка  $m$  функции  $n$  переменных от порядка дифференцирования.
38. Дифференциалы высших порядков функции многих переменных.
39. Второй дифференциал функции многих переменных для случая зависимых аргументов.
40. Условие инвариантности формы дифференциалов высших порядков для случая зависимых аргументов.
41. Формула Тейлора для функции многих переменных с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано.
42. Локальный экстремум функции нескольких переменных, необходимые и достаточные условия.
43. Неявные функции, условия существования, непрерывности и дифференцируемости неявной функции в окрестности точки.
44. Условный экстремум, необходимые условия экстремума.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 58 из 71	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

45. Условный экстремум, метод неопределенных коэффициентов Лагранжа.

46. Достаточные условия условного экстремума.

### Перечень вопросов к экзамену третьего семестра:

1. Критерий Коши сходимости числового ряда.
2. Признак сравнения для числовых рядов с неотрицательными членами, метод выделения главной части.
3. Признаки Даламбера и Коши для рядов с неотрицательными членами и для произвольных рядов.
4. Теорема Лейбница для знакочередующихся рядов.
5. Признак сходимости Дирихле и Абеля числового ряда.
6. Теорема Римана для условно сходящихся рядов.
7. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
8. Равномерная сходимость функциональной последовательности, условие равномерной сходимости.
9. Равномерная сходимость функциональных рядов, необходимое условие равномерной сходимости.
10. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
11. Необходимые и достаточные признаки равномерной сходимости функциональных рядов.
12. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов, достаточное условие непрерывности суммы ряда.
13. Степенной ряд, радиус и круг сходимости.
14. Различные способы вычисления радиуса сходимости степенного ряда, формула Коши – Адамара.
15. Аналитические функции в действительной области, их свойства.
16. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
17. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора, формулы Эйлера.
18. Ряды Фурье.
19. Криволинейный интеграл первого рода: определение, свойства, вычисление.
20. Криволинейный интеграл второго рода: определение, свойства, вычисление.
21. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
22. Двойной интеграл, определение, геометрический смысл, основные свойства.
23. Оценка двойного интеграла, теорема о среднем.
24. Двукратный интеграл, его свойства. Вычисление двойного интеграла.
25. Использование двойного интеграла для решения различных задач (вычисление площадей, объемов, центра тяжести, моментов инерции).
26. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
27. Замена переменных в двойном интеграле.
28. Использование двойного интеграла для вычисления интегралов, зависящих от параметра.
29. Формула Грина. Достаточное условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Понятие потенциала векторного поля.
30. Тройной интеграл, определение, геометрический смысл, основные свойства.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 59 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

31. Оценки тройного интеграла.
32. Трехкратный интеграл, его свойства. Вычисление тройного интеграла.
33. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической и сферической системах координат.
34. Общий случай замены переменных в тройном интеграле.
35. Использование тройного интеграла для решения различных задач.
36. Поверхностный интеграл: определение, механический смысл, вычисление.
37. Ротор векторного поля, формула Стокса.
38. Дивергенция векторного поля, формула Остроградского.
39. Оператор Гамильтона и его применения для скалярных и векторных полей.

#### Перечень практических заданий к зачёту 1 семестра

№	Задание	Ответ
1	Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}$ .	$\sqrt[3]{e^4}$
2	Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n+5} \right)^{n+4}$ .	$e^{-2}$
3	Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$ .	$-\frac{1}{16}$
4	Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ .	$\frac{1}{2}$
5	Найти предел функции, используя правило Лопиталю: $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$	$\frac{1}{2}$
6	Найти предел функции, используя правило Лопиталю: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}$	3
7	Вычислить производную функции $y = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right)$ .	$\frac{\sec^2 \frac{x}{2}}{2 \left( \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right)^2 + 1 \right)}$
8	Найти производную функции $y = \ln \left( \frac{2x \cos x}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1) \sin x \right)$	$y \cdot \left( \frac{2x \cos x}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1) \sin x \right)$
9	Найти производную $y'_x$ от функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t \end{cases}$	$\frac{e^t \sin t + e^t \cos t}{e^t \cos t - e^t \sin t}$
10	Найти первую и вторую производные $y'_x, y''_{xx}$ для параметрической функции $x = e^{2t}, y = e^{3t}$ .	$\frac{3e^t}{2}; \frac{3}{4e^t}$



11	Показать, что функция $y = \frac{\sin x}{x}$ удовлетворяет уравнению $x y' + y = \cos x$ .	$\frac{2x y^3 - 14xy}{-3x^2 y^2 + 7x^2 + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}$
12	Найти $y'$ из уравнения $\arcsin y = x^2 y^3 - 7yx^2$	
13	Найти $y'$ из уравнения $x^2 y^4 + 10 = 3x^4 y^3 + x^5 - 5$	$\frac{5x^4 + 12x^3 y^3 - 2x y^4}{4x^2 y^3 - 9x^4 y^2}$
14	Найти $y'$ из уравнения $e^{yx} = \ln(x^2 + y^2)$	$\frac{2x - y(x^2 + y^2)e^{yx}}{x(x^2 + y^2)e^{yx} - 2y}$
15	Найти производную $y'$ , используя логарифмическое дифференцирование $y = i$	$\frac{y(\ln \operatorname{tg}x  + x \ln x \operatorname{csc} x  \operatorname{sec} x )}{x}$
16	Найти дифференциал функции $y = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{x}$ .	$dy = \frac{x^2 + 1}{x^4 - x^2 + 1} dx$
17	Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ , $x_0 = 1$ .	$y = 1$
18	Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ в точке с абсциссой $x = 9$ .	$y_k = \frac{2x}{3} - 11$ $y_n = \frac{-3x}{2} + \frac{17}{2}$

### Перечень практических заданий к зачёту 2 семестра

№	Задание	Ответ
1	Найти неопределённый интеграл $\int (4x - 2) \cos 2x dx$ .	$(2x-1)\sin(2x) + \cos(2x) + C$
2	Найти неопределённый интеграл $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx$ .	$\frac{\ln x (\ln x + 2)}{2} + C$
3	Найти интеграл $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$ .	$x \operatorname{tg} x + \ln  \cos x  + C$
4	Найти неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 1}}$ .	$\frac{-1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2}{x^2 - 2}} + C$
5	Найти неопределённый интеграл $\int x \sqrt{x - 2} dx$ .	$\frac{2}{15} \sqrt{(x-2)^3} (3x+4) + C$
6	Найти интеграл $\int x e^{2x} dx$ .	$\frac{1}{4} e^{2x} (2x - 1) + C$
7	Найти интеграл $\int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx$ .	$\frac{1}{2}$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 61 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

8	Найти неопределённый интеграл $\int (4x+3) \sin 5x dx ..$	$\frac{1}{25} (4 \sin (5x) - 5(4x+3) \cos (5x)) + C$
9	Найти неопределённый интеграл $\int (4-3x)e^{-3x} dx .$	$e^{-3x}(x-1)+C$
10	Найти неопределённый интеграл $\int (7x-10) \sin 4x dx .$	$\frac{1}{16} (7 \sin (4x) + (40-28x) \cos (4x)) + C$
11	Найти неопределённый интеграл $\int \frac{3x^2-2}{x^3-x} dx .$	$\frac{1}{2} \ln (1-x^2)+2 \ln x+C$
12	Найти неопределённый интеграл $\int (4x-3)e^{-2x} dx .$	$e^{-2x}\left(\frac{1}{2}-2x\right)+C$
13	Найти определённый интеграл $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\arctg x+x}{1+x^2} dx .$	$\frac{\pi^2}{18}+\ln 2$
14	Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi} (x^2-3x+2) \sin x dx .$	$(\pi-x)\pi$
15	Найти определённый интеграл $\int_{-2}^0 (x+6) \cos 2x dx .$	$\frac{1}{4} (1+8 \sin 4-\cos 4)$
16	Вычислить интеграл $\int_3^6 \frac{x^2-9}{x^4} dx .$	$\frac{5}{72}$
17	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\arccos x, y=0, x=0 .$	1
18	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=i$	8
19	Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y=\sqrt{x}$ и $y=x^2 .$	$\frac{1}{3}$
20	Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=4-x^2$ и $y=x^2-2x .$	9
21	Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y=2x-x^2+3, y=x^2-4x+3 .$	9
22	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x=i$	8
23	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{4-x^2}, y=0, x=0, x=1 .$	$\frac{1}{6} (3\sqrt{3}+2\pi)$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 62 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_


КОПИЯ № \_\_\_\_\_

### Перечень практических заданий для зачёта 3 семестра

1	Разложить в ряд Тейлора по степеням $x$ функцию $\frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2$ .	Указание: использовать разложение $\operatorname{sh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$
2	Разложить в ряд Тейлора по степеням $x$ функцию $\frac{7}{12+x-x^2}$ .	Указание: разложить на сумму элементарных алгебраических дробей $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-4}$ . Применить биномиальное разложение Маклорена.
3	Разложить в ряд Тейлора по степеням $x$ функцию $2x \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - x$	Указание: преобразовать квадрат косинуса по формуле понижения степени. Применить разложение косинуса в ряд Маклорена.
4	Разложить в ряд Тейлора по степеням $x$ функцию $\ln(1-x-6x^2)$	Указание: представить функцию в виде $\ln(1-3x)+\ln(1+2x)$ . Применить разложение в ряд Маклорена.
5	Разложить в ряд Тейлора по степеням $x$ функцию $\frac{x^2}{\sqrt{4-5x}}$ .	Указание: представить знаменатель в виде $2\left(1-\frac{5x}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ . Применить биномиальное разложение Маклорена.
6	Разложить в ряд Тейлора по степеням $x$ функцию $\frac{9}{20-x-x^2}$ .	Указание: разложить на сумму элементарных алгебраических дробей $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-4}$ . Применить биномиальное разложение Маклорена.
7	Найти площадь области, ограниченной линиями: $y=2x, y=2^{-2x}, y=4$	$\approx 5,507$
8	Найти объем тела, ограниченного данными поверхностями: $2z=x^2+y^2, y+z=4$	$V = \frac{81}{4} \pi$
9	Вычислить тройной интеграл $I = \iiint_D 15(y^2+z^2) dx dy dz$ , где область $D$ ограничена плоскостями: $z=x+y, x+y=1, x=0, y=0, z=0$	2
10	Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями: $z=y^2-x^2, z=0, y=\pm 2$	$V = \frac{32}{3}$



11	Вычислить криволинейный интеграл $\oint_C (x+y) dx + (x-y) dy$ по окружности $x^2 + y^2 = 4$	0
12	Вычислить тройной интеграл $I = \iiint_G \frac{dx dy dz}{(x+y+z+1)^3}$ , где область G ограничена плоскостями $x+z=3, y=2, x=0, y=0, z=0$	$\frac{4 \ln 2 - 1}{8}$
13	Вычислить двойной интеграл $I = \iint_D \rho \sin \varphi d\rho d\varphi$ , если область D: заключена между линиями $\rho = 2 + \cos \varphi$ и $\rho = 1$	0
14	Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \frac{y-1}{x} dx + \frac{x+1}{y} dy$ , где L-отрезок прямой от точки A(1;1) до точки B(3;2)	$\frac{6 - \ln 3}{2}$
15	Вычислить криволинейный интеграл $I = \int_L (4\sqrt[3]{x} - e\sqrt{y}) dl$ , от точки E(-1;0) до точки H(0;1) по прямой EH	$-5\sqrt{2}$
16	С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = y^2, y = 1 - x, x = 0, y = 0, z = 0$	$V = \frac{1}{12}$
17	Найти центр тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями: $x + y + z = a \mid a > 0, x = 0, y = 0, z = 0$	$x_0 = \frac{a}{4}, y_0 = \frac{a}{4}, z_0 = \frac{a}{4}$
18	Функцию $f(x) = \cos ax$ разложить в ряд Фу- рье в интервале $(-\pi; \pi)$	$\frac{2 \sin(a\pi)}{\pi} \left( \frac{1}{2a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a \cos(nx)}{a^2 - n^2} \right)$
19	Функцию $f(x) = \frac{\pi}{4}$ разложить по синусам кратных дуг в интервале $(0; \pi)$ . Полученное разложение использовать для суммирования числового ряда $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2a-1)x}{2n-1}$ $\frac{\pi}{4}$

 <p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики</p>			
Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 64 из 71	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

20	Разложить в интервале $(0; \pi)$ по синусам кратных дуг $f(x) = \left\{ x, 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \right.$	$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx), \text{ где } b_{2k} = (-1)^{k-1} \frac{1}{2k}$ $b_{2k+1} = (-1)^k \frac{2}{\pi(2k+1)^2}$
21	Функцию $f(x) = x^2$ разложить в ряд Фурье в интервале $(-\pi; \pi)$	$x^2 = \frac{\pi^2}{3} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\cos(nx)}{n^2}$

## 4.2 Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации в форме

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	
		Не зачтено	Зачтено
ОПК-1	Знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределенных интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов.	Не знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределенных интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов.	Знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределенных интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов.
	Умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функций многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных	Не умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функций многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных	Умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функций многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное  
 учреждение высшего образования  
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
 Миасский филиал  
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
 по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
 «Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 65 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	ных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений.	задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений.	ностных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений.
	Владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач.	Не владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач.	Владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач.

Код компетенции	Планируемые результаты	Критерии оценивания			
		Не удовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
ОПК-1	Знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределённых интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные произ-	Не знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределённых интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; тео-	В целом знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределённых интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов,	В целом знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределённых интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов, но допускает	Знает Основные понятия теории множеств, теории пределов, теории непрерывности функций одной и многих переменных; понятия производной и дифференциала первого и высших порядков функций одной и многих переменных; теорию неопределённых интегралов, интегралов Римана, несобственных, криволинейных и кратных интегралов; возможности теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления при исследовании функций одной и многих переменных; табличные производные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»


Версия документа - 1

стр. 66 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	водные и интегралы; теорию числовых и функциональных рядов.	рию числовых и функциональных рядов.	но допускает ошибки.	незначительные погрешности.	
	Умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений.	Не умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений.	В целом умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений, но допускает ошибки.	В целом умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений, но допускает незначительные погрешности.	Умеет Вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на все виды экстремума; применять различные методы интегрирования; применять теорию кратных, криволинейных и поверхностных интегралов к решению прикладных задач геометрии и физики; применять теорию числовых и функциональных рядов для приближённых вычислений.
	Владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач.	Не владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач.	В целом владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач, но допускает ошибки.	В целом владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач, но допускает незначительные погрешности.	Владеет методами дифференциального и интегрального исчисления для исследования функций, методикой решения прикладных геометрических и физических задач.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 67 из 71	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

## Критерии оценивания зачета

### Зачёт

Критериями ответа выступают следующие качества знаний:

полнота – количество знаний об изучаемом объекте, входящих в программу;

глубина – совокупность осознанных знаний об объекте;

конкретность – умение раскрыть конкретные проявления обобщённых знаний (доказать на примерах основные положения);

системность – представление знаний об объекте в системе, с выделением структурных её элементов, расположенных в логической последовательности;

развёрнутость – способность развернуть знания в ряд последовательных шагов;

осознанность – понимание связей между знаниями, умение выделить существенные и несущественные связи, познание способов и принципов получения знаний.

Ответ студента по вопросам дисциплины оценивается положительно с выставлением оценки «зачтено» в следующих случаях:

- студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, решает соответствующие задачи, теоретические выводы подтверждает примерами, фактами, данными научных исследований; осуществляет межпредметные связи, предложения. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения и профессионально-личностную позицию по излагаемому вопросу. Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения, доказательно раскрыты основные положения (свободно оперирует понятиями и терминами); в ответе прослеживается чёткая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен литературным грамотным языком и носит самостоятельный характер.

– ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; были допущены неточности в определении понятий и терминов, допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов преподавателя.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 68 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

– студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, не привлекает для аргументации ответа основные положения концептуальных и нормативных документов, не умеет обосновать свои суждения; наблюдается нарушение логики изложения; в ответе не присутствуют доказательные выводы; сформированность умений показана слабо. Ответ отличается низким уровнем самостоятельности, не содержит собственной профессионально-личностной позиции.

Оценка «не зачтено» за письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины выставляется в случаях, когда:

– студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; не ориентируется в нормативно-концептуальных, программно-методических, исследовательских материалах, беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете.

### **Критерии оценивания экзамена**


При проведении экзамена выставляется оценка "отлично", если студент продемонстрировал:

1. систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы;

2. точное использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы;

3. владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;

4. способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи в нестандартной ситуации в рамках учебной программы, полное усвоение

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 69 из 71	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины;

5. умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;

6. активная самостоятельная работа на практических занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Оценка "хорошо", если студент продемонстрировал:

1. достаточно полные и систематизированные знания в объеме учебной программы (образовательного стандарта);

2. использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

3. владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы;

4. усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины;

5. умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку; активная самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Оценка "удовлетворительно", если студент продемонстрировал:

1. достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;


2. усвоение большей части основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины;

3. использование научной терминологии, умение делать выводы без существенных ошибок;

4. владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;

5. умение под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) задачи;

6. умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)		
	Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 70 из 71	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

направлениях по изучаемой дисциплине и давать им оценку;

7. работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.

Оценка "неудовлетворительно", если студент продемонстрировал:

1. недостаточно полный (фрагментарный) объем знаний в рамках образовательного стандарта;
2. незнание литературных источников, рекомендованной учебной программой дисциплины;
3. неумение использовать научную терминологию, изложение ответа на вопросы с существенными логическими ошибками;
4. слабое владение инструментарием учебной дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач;
5. неумение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях изучаемой дисциплины;
6. пассивность на лекционных и практических занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий,
7. отсутствие знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта или отказ от ответа.

#### **4.3 Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций**

Уровень освоения компетенций	Оценка на зачете	Оценка на экзамене
Продвинутый	зачтено	отлично
Базовый	зачтено	хорошо
Пороговый	зачтено	удовлетворительно
компетенции не сформированы	Не зачтено	неудовлетворительно

#### **Уровни формирования компетенций:**

1. Пороговый уровень:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основ математического анализа;
- студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины на удовлетворительном уровне.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»  
по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль  
«Компьютерные науки» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 71 из 71

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## 2. Базовый уровень:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание особенностей и применения методов математического анализа;
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины; способен решать практические задания.

## 3. Продвинутый уровень:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, использует полученные знания и умения при изучении смежных дисциплин, обнаруживает готовность к самостоятельной профессиональной деятельности;
  - студент способен аргументировать собственную точку зрения, формулировать собственные выводы на основе применения усвоенных компетенций.