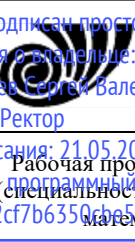


| | | | |
|--|---|---|---------------|
| <p>Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 21.05.2026 00:11:42 Уникальный программный ключ 891934b8c2cf7b6350abc51cdd3096e877f1f7</p> |  <p>МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)</p> | <p>Рабочая программа дисциплины "Вероятностные и дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Методы математического моделирования в ракетно-космической технике ФГБОУ ВО «ЧелГУ»</p> | <p>стр. 1</p> |
|--|---|---|---------------|

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Вероятностные и дискретные модели

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Методы математического моделирования в ракетно-космической технике

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Миасс 2026 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью курса «Вероятностные модели» является изучение дополнительных разделов теории вероятностей на основании обучения студентов основным методам моделирования социальных, экономических, демографических процессов, приемам построения и оценки эконометрических моделей, применению результатов моделирования при решении прикладных задач.

Результаты научно-исследовательской работы направлены на достижение следующих индикаторов:

ОПК-2.1. Обладает знаниями о существующих математических методах, применяемых для решения прикладных задач.

ОПК-2.2. Демонстрирует умение использования математического языка и математической символики, построения цепочки рассуждений, формулировки математических утверждений для решения прикладных задач.

ОПК-2.3. Имеет практический опыт совершенствования и реализации различных математических методов решения прикладных задач.

ОПК-3.1. Формулирует основные теоретические положения в области математического моделирования.

ОПК-3.2. Демонстрирует умения давать содержательную интерпретацию полученных результатов при проведении анализа математических моделей.

ОПК-3.3. Имеет практический опыт разработки и проведения анализа математических моделей при решении задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.06

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для усвоения дисциплины обучаемый должен обладать базовой математической подготовкой, навыками решения стандартных задач теории вероятности и математической статистики, владеть основными понятиями математического анализа, алгебры и геометрии в рамках университетского курса для студентов-математиков.

Нечеткие модели и их приложения

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Производственная практика (преддипломная практика)

Производственная практика (научно-исследовательская работа)

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-2: Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач

Знать:

Для достижения ОПК-2.1:
знать математические (теоретико-вероятностные) основания построения процедур проверки гипотез и оценивания параметров модели.

Уметь:

Для достижения ОПК-2.2:
уметь проводить процедуру проверки гипотез и оценивания параметров вероятностных моделей.

Владеть:

Для достижения ОПК-2.3:
владеть методами построения гипотез и оценивания параметров вероятностных моделей.

ОПК-3: Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности

Знать:

Для достижения ОПК-3.1:
знать основные вероятностные и дискретные модели, необходимые при решении задач в области профессиональной деятельности.



Уметь:

Для достижения ОПК-3.2:
разрабатывать вероятностные и дискретные модели при решении задач в области профессиональной деятельности.

Владеть:

Для достижения ОПК-3.3:
владеть навыками разработки вероятностных и дискретных моделей при решении задач в области профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

| | |
|------------|--|
| 3.1 | Знать: |
| 3.1.1 | -математические (теоретико-вероятностные) основания построения процедур проверки гипотез и оценивания параметров модели; |
| 3.1.2 | -основные вероятностные и дискретные модели, необходимые при решении задач в области профессиональной деятельности. |
| 3.2 | Уметь: |
| 3.2.1 | -проводить процедуру проверки гипотез и оценивания параметров вероятностных моделей; |
| 3.2.2 | -разрабатывать вероятностные и дискретные модели при решении задач в области профессиональной деятельности. |
| 3.3 | Владеть: |
| 3.3.1 | -построения гипотез и оценивания параметров вероятностных моделей; |
| 3.3.2 | -навыками разработки вероятностных и дискретных моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. |

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| | |
|-------------------------------|--|
| Общая трудоемкость | 5 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану : 180 | Виды контроля в семестрах: экзамены 3 |
| в том числе : | |
| аудиторные занятия : 68 | |
| самостоятельная работа : 63,7 | |
| часов на контроль : 45 | |
| контактная работа: 71,3 | |
| ИКР: 3,3 | |

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Код занятия | Наименование разделов и тем /вид занятия/ | Семестр / Курс | Часов | Литература |
|-------------|---|----------------|-------|------------|
| | Раздел 1. □Вероятностные модели с конечным числом исходов. | | | |
| 1.1 | Выбор с возвращением. Выбор без возвращения. Упорядоченные и неупорядоченные выборки. Алгебра событий. Несовместные события. Разбиение, алгебра событий, порожденная разбиением. Вероятность. Понятие о вероятностной модели. Подход Бернулли у определению вероятности. Игра в лотерею, как пример вероятностной модели. /Лек/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 1.2 | Биномиальное распределение. Случайное блуждание на прямой. Условные вероятности. Свойства условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. /Пр/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 1.3 | Независимость событий. Независимые алгебры событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Прямое произведение вероятностных пространств. Схема Бернулли. /Ср/ | 3 | 4 | Л1.1 |



| | | | | |
|---|---|---|---|-----------|
| 1.4 | Случайные величины и их характеристики. Распределение вероятностей случайной величины. Функция распределения. Свойства функции распределения. Случайный вектор. Независимость набора случайных величин. Распределение суммы независимых случайных величин. /Пр/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 1.5 | Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Дисперсия случайной величины. Свойства дисперсии. Ковариация и корреляция случайных величин. Дисперсия суммы случайных величин. Сравнение некоррелируемости и независимости. /Лек/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 1.6 | Оптимальная оценка случайной величины в среднеквадратичном смысле. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел для случая бернуллиевских случайных величин. Теорема Муавра-Лапласа. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 1.7 | Случайное блуждание на примере задачи о разорении. Вероятность разорения. Задача о разборчивой невесте. /Ср/ | 3 | 4 | Л1.1 |
| Раздел 2. Вероятностные модели в аксиоматике Колмогорова | | | | |
| 2.1 | Конечно-аддитивная мера. Сигма-алгебра. Вероятность (вероятностная мера). Свойства вероятности. Вероятностная модель. Борелевская алгебра множеств. Измеримое пространство. Способы задания вероятностных мер. Функция распределения. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 2.2 | Дискретные меры и распределения. Примеры дискретных распределений. Плотность. Примеры непрерывных распределений. Общее понятие случайной величины. Распределение вероятностей случайной величины. Функция распределения. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 2.3 | Плотность распределения случайной величины и набора случайных величин. Плотность суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание случайной величины. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 2.4 | Нормальное распределение. Вывод формулы для плотности нормальной случайной величины из задачи стрельбы по мишени. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 2.5 | Характеристическая функция случайной величины. Примеры (дискретная сл.в., распределение Пуассона, нормальная сл.в.). Свойства характеристических функций /Ср/ | 3 | 4 | Л1.1 |
| 2.6 | Закон больших чисел. Центральная предельная теорема. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| Раздел 3. Основные модели математической статистики | | | | |
| 3.1 | Случайная выборка. Выборочные статистики. Точечные оценки параметров распределения вероятностей. Несмещенная и состоятельная оценки. Несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 3.2 | Эффективные оценки. Неравенство Рао-Крамера. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 3.3 | Метод максимального правдоподобия оценки параметров распределения. Метод моментов оценки параметров распределения. /Ср/ | 3 | 4 | Л1.1 |
| 3.4 | Доверительные множества. Доверительный интервал для мат. ожидания нормальной выборки. Доверительный интервал для дисперсии нормальной выборки. Распределение Стьюдента. Распределение хи-квадрат. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| Раздел 4. Основные модели эконометрики | | | | |
| 4.1 | Основные понятия эконометрики. Типы моделей эконометрики. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 Л1.2 |



| | | | | |
|-----|--|---|---|-----------|
| 4.2 | Модель парной регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК). Теорема Гаусса-Маркова об оптимальности оценок по методу МНК в случае парной регрессии. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 Л1.2 |
| 4.3 | Линейная модель множественной регрессии. Теорема Гаусса-Маркова об оптимальности оценок по методу МНК в случае множественной регрессии. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 Л1.2 |
| 4.4 | Статистические свойства МНК-оценок. Несмещенная оценка для параметра среднеквадратичного отклонения в модели множественной регрессии. Функция распределения оценки параметра среднеквадратичного отклонения. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 Л1.2 |
| 4.5 | Независимость оценок вектора параметров регрессии и параметра среднеквадратичного отклонения (в предположении нормальности ошибок регрессии). /Ср/ | 3 | 4 | Л1.1 Л1.2 |
| 4.6 | Доверительный интервал для значений параметров регрессии (в предположении нормальности ошибок регрессии). /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 Л1.2 |
| | Раздел 5. Множества и отношения | | | |
| 5.1 | Множества, способы задания множеств. Предикаты. Кванторы. Логические операции над предикатами. Таблицы истинности предикатов. Построения сложных предикатов. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 5.2 | Основные свойства операций над множествами. Кортеж. Декартово произведение, его свойства. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 5.3 | Соответствия и бинарные отношения. Область значений отображения, инъективные и сюръективные отображения. График соответствия, область определения и область значения соответствия. Бинарное отношение. Композиция соответствия, обратное соответствие. Рефлексивные, симметричные, антисимметричные и транзитивные бинарные отношения. Эквивалентность и порядок. Классы эквивалентности, отношения эквивалентности. /Лек/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 5.4 | Мощность множества. Счетные множества. Примеры счетных множеств. Свойства счетных множеств. Критерий равномощности множеств. Теорема Кантора (с доказательством). Примеры счетных множеств. Свойства бесконечных множеств. Доказательство счетности объединения не более чем счетного семейства счетных множеств. Построение несчетного множества. Мощность континуума. Доказательство континуальности множества всех действительных чисел. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| | Раздел 6. Теория графов | | | |
| 6.1 | Неориентированные и ориентированные графы. Отношение достижимости на графе. Цепи и пути. Определение простой цепи и простого пути. Циклы и контуры. Ациклические и бесконтурные графы. Теорема о существовании простой цепи и простого пути(без доказательства). Вычисление степеней вершин графа. Понятие подграфа, порожденного множеством вершин. Определение компонент связности неориентированного и ориентированного графов. Сильно связанные графы. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 6.2 | Неориентированное и ориентированное дерево. Поддерево. Определение глубины, уровня и высоты вершины. Бинарное дерево. Высота бинарного дерева. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 6.3 | Определение размеченного графа. Остовное дерево наименьшего веса. Алгоритм Краскала построения остовного дерева наименьшего веса. /Лек/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 6.4 | Ориентированная сеть. Понятие об уровне вершины сети и порядковой функции сети. Алгоритм Демукрона вычисления порядковой функции сети. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |



| Раздел 7. Булевы функции | | | | |
|---|--|---|------|------|
| 7.1 | Понятие булевой функции. Отношение лексикографического порядка. Таблицы булевых функций. Конъюнкция, дизъюнкция, сложения по модулю 2, импликация, эквивалентность, штриха Шеффера, стрелки Пирса, мажоритарная функция. Равенство булевых функций. Фиктивные переменные. /Лек/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 7.2 | Формулы и суперпозиции. Понятие формулы над заданным множеством булевых функций. Подформулы. Эквивалентные формулы. Суперпозиции на множестве булевых функций. Замыкание множества булевых функций. Примеры замкнутых и незамкнутых семейств булевых функций. Полное семейство булевых функций. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 7.3 | Дизъюнктивные нормальные формы. Элементарная дизъюнкция. Совершенная ДНФ. Минимальная ДНФ. Построение совершенных ДНФ. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 7.4 | Полиномы Жегалкина. Метод неопределенных коэффициентов построения полинома Жегалкина. /Пр/ | 3 | 3 | Л1.1 |
| 7.5 | Классы Поста (функции, сохраняющие булевы константы, самодвойственные, линейные и монотонные булевы функции). Замкнутость классов Поста. Критериальная таблица. Проверка полноты семейств булевых функций с помощью критерия Поста. /Ср/ | 3 | 25 | Л1.1 |
| Раздел 8. Конечные автоматы и регулярные языки | | | | |
| 8.1 | Определение формальных языков. Соединение языков. Итерация языка. Порождающие грамматики. Терминальный и нетерминальный алфавиты. Правила вывода в грамматике. Отношение непосредственной выводимости. Вывод в грамматике. Язык, порождаемый грамматикой. Эквивалентность грамматик. /Лек/ | 3 | 1 | Л1.1 |
| 8.2 | Классификация грамматик и языков. Контекстно-зависимые и контекстно-свободные грамматики. Линейные и регулярные грамматики. /Пр/ | 3 | 3 | Л1.1 |
| 8.3 | Определение конечного автомата. Система команд автомата. Конфигурация автомата. Начальные и заключительные состояния. Функция переходов. Детерминированный конечный автомат. Язык конечного автомата. Эквивалентность автоматов. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 8.4 | Построение регулярной грамматики по конечному автомату. Построение конечного автомата по регулярной грамматике. /Пр/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 8.5 | Детерминизация конечных автоматов. Алгоритм детерминизации /Ср/ | 3 | 18,7 | Л1.1 |
| Раздел 9. Контекстно-свободные языки | | | | |
| 9.1 | Контекстно-свободные языки. Порождающие грамматики. Деревья вывода. Определение магазинного автомата. Язык магазинного автомата. Функции перехода и конфигурация магазинного автомата. Вывод на множестве конфигураций автомата /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 9.2 | Построение магазинного автомата по КС-грамматике. Построение КС-грамматики по магазинному автомату /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 9.3 | Машины Тьюринга. Определение конфигурации машины Тьюринга. Словарная функция в заданном алфавите. Функция вычислимая по Тьюрингу. Определение разрешимого и перечислимого множеств слов. /Лек/ | 3 | 2 | Л1.1 |
| 9.4 | Индивидуальные консультации/ИКР /ИКР/ | 3 | 3,3 | |

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа.



Вопросы к экзамену.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Примерный вариант контрольной работы №1

Задача 1. Две из четырех независимо работающих ламп прибора отказали. Найти вероятность того, что отказали первая и вторая лампы, если вероятность отказа первой, второй, третьей и четвертой ламп соответственно равны: $p_1=0.1$, $p_2=0.2$, $p_3=0.3$ и $p_4=0.4$.

Ответ: $P=0.039$

Задача 2. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 20$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превышающей 10 г.

Ответ: $P = 0.383$

Задача 3. Устройство состоит из элементов, время безотказной работы которых подчинено гамма-распределению. Испытания пяти элементов дали следующие наработки: 50, 75, 125, 250, 300. Найти методом моментов точечные оценки неизвестных параметров α и β , которыми определяется гамма-распределение.

Ответ: $\alpha = 1.12$, $\beta = 75.5$.

Примерный вариант контрольной работы №2

• Найти порядковую функцию для сети с матрица смежности $A=(a(i,j))$, $i,j=1,\dots,10$, где
 $a(1,4)=1$, $a(1,8)=1$, $a(1,9)=1$, $a(2,4)=1$, $a(2,5)=1$, $a(2,6)=1$, $a(3,5)=1$, $a(3,7)=1$,
 $a(4,9)=1$, $a(5,10)=1$, $a(6,10)=1$, $a(7,6)=1$, $a(7,10)=1$,
остальные $a(i,j)=0$.

• Найти порядковую функцию для сети с матрица смежности $A=(a(i,j))$, $i,j=1,\dots,10$, где
 $a(1,3)=1$, $a(1,4)=1$, $a(2,4)=1$, $a(2,5)=1$, $a(2,6)=1$, $a(3,4)=1$, $a(3,7)=1$,
 $a(4,9)=1$, $a(5,8)=1$, $a(5,10)=1$, $a(6,5)=1$, $a(7,10)=1$, $a(8,9)=1$,
остальные $a(i,j)=0$.

• Построить СДНФ для булевой функции, заданной формулой $(x \mid y) \square (x \cdot z)$

• Построить СДНФ для булевой функции, заданной формулой $(x \rightarrow y) \square (x \mid z)$

• Проверить полноту следующего множества булевых функций
 $\{x \rightarrow y, x \square z, 1\}$

• Проверить полноту следующего множества булевых функций
 $\{x \rightarrow y, x \square z, 0\}$

• Методом неопределенных коэффициентов построить полином Жегалкина для булевой функции, заданной формулой $(x \mid y) \rightarrow z$

• Методом неопределенных коэффициентов построить полином Жегалкина для булевой функции, заданной формулой $(x \vee y) \rightarrow z$

• По регулярной грамматике $G=(\{a,b,0,1\}, \{S,D\}, S, P)$, где множество правил
 $P = \{S \rightarrow aD \mid bD \mid a, D \rightarrow aD \mid bD \mid 0D \mid a \mid b \mid 0 \mid 1\}$,
построить эквивалентный конечный автомат. Проверить, допускает ли он слово «aab1».

• По регулярной грамматике $G=(\{a,b,0,1\}, \{S,D\}, S, P)$, где множество правил
 $P = \{S \rightarrow aD \mid 1D \mid a, D \rightarrow aD \mid bD \mid 0D \mid a \mid b \mid 0 \mid 1\}$,
построить эквивалентный конечный автомат. Проверить, допускает ли он слово «lab1».

Темы для докладов

1. Решение системы уравнений схемы гибели и размножения на примере эксплуатации автомобилей в крупной



- транспортной фирме.
2. Математическая модель конфликтов.
3. Задачи на круговые бескомпромиссные турниры.
4. Оценка и интерпретация параметров линейной регрессии.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену

Вероятностные модели с конечным числом исходов.
Выбор с возвращением.
Выбор без возвращения.
Упорядоченные и неупорядоченные выборки.
Алгебра событий. Несовместные события.
Разбиение, алгебра событий, порожденная разбиением.
Вероятность.
Понятие о вероятностной модели.
Подход Бернулли у определению вероятности.
Игра в лотерею, как пример вероятностной модели.
Биномиальное распределение. Пример - случайное блуждание на прямой.
Условные вероятности.
Свойства условной вероятности.
Формула полной вероятности.
Формула Байеса.
Независимость событий.
Независимые алгебры событий.
Попарная независимость и независимость в совокупности.
Прямое произведение вероятностных пространств. Схема Бернулли.
Случайные величины и их характеристики.
Распределение вероятностей случайной величины. Функция распределения.
Свойства функции распределения.
Случайный вектор.
Независимость набора случайных величин.
Распределение суммы независимых случайных величин.
Математическое ожидание случайной величины.
Свойства математического ожидания.
Дисперсия случайной величины.
Свойства дисперсии.
Ковариация и корреляция случайных величин.
Дисперсия суммы случайных величин.
Сравнение некоррелируемости и независимости.
Оптимальная оценка случайной величины в среднеквадратичном смысле.
Неравенство Чебышева.
Закон больших чисел для случая бернуллиевских случайных величин.
Теорема Муавра-Лапласа.
Случайное блуждание на примере задачи о разорении. Вероятность разорения.
Задача о разборчивой невесте.
Аксиоматика Колмогорова.
Конечно-аддитивная мера. Сигма-алгебра. Вероятность (вероятностная мера).
Свойства вероятности.
Вероятностная модель.
Борелевская алгебра множеств. Измеримое пространство.
Способы задания вероятностных мер. Функция распределения.
Дискретные меры и распределения. Примеры дискретных распределений.
Плотность. Примеры непрерывных распределений.
Общее понятие случайной величины.
Распределение вероятностей случайной величины. Функция распределения.
Плотность распределения случайной величины и набора случайных величин.
Плотность суммы и произведения независимых случайных величин.
Математическое ожидание случайной величины.
Нормальное распределение. Вывод формулы для плотности нормальной случайной величины из задачи стрельбы по



мишени.

Характеристическая функция случайной величины. Примеры (дискретная сл.в., распределение Пуассона, нормальная сл.в.).

Свойства характеристических функций.

Закон больших чисел.

Центральная предельная теорема.

Случайная выборка. Выборочные статистики.

Точечные оценки параметров распределения вероятностей.

Несмещенная, состоятельная и эффективная оценки.

Несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии.

Неравенство Рао-Крамера.

Метод максимального правдоподобия оценки параметров распределения.

Метод моментов оценки параметров распределения.

Доверительные множества.

Доверительный интервал для мат.ожидания нормальной выборки.

Доверительный интервал для дисперсии нормальной выборки.

Распределение Стьюдента.

Распределение хи-квадрат.

Основные понятия эконометрики. Типы моделей эконометрики.

Модель парной регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК).

Теорема Гаусса-Маркова об оптимальности оценок по методу МНК. Случай парной регрессии.

Линейная модель множественной регрессии.

Теорема Гаусса-Маркова об оптимальности оценок по методу МНК. Случай множественной регрессии.

Статистические свойства МНК-оценок. Несмещенная оценка для параметра среднеквадратичного отклонения в модели множественной регрессии.

Функция распределения оценки параметра среднеквадратичного отклонения.

Независимость оценок вектора параметров регрессии и параметра среднеквадратичного отклонения (в предположении нормальности ошибок регрессии).

Доверительный интервал для значений параметров регрессии (в предположении нормальности ошибок регрессии).

Множества, способы задания множеств. Предикаты. Кванторы. Логические операции над предикатами.

Таблицы истинности предикатов. Построения сложных предикатов.

Основные свойства операций над множествами. Кортж. Декартово произведение, его свойства.

Соответствия и бинарные отношения. Область значений отображения, инъективные и сюръективные отображения.

График соответствия, область определения и область значения соответствия. Бинарное отношение. Композиция соответствия, обратное соответствие. Рефлексивные, симметричные, антисимметричные и транзитивные бинарные отношения. Эквивалентность и порядок. Классы эквивалентности, отношения эквивалентности.

Мощность множества. Счетные множества. Примеры счетных множеств. Свойства счетных множеств. Критерий равномощности множеств. Теорема Кантора (с доказательством). Примеры счетных множеств. Свойства бесконечных множеств. Доказательство счетности объединения не более чем счетного семейства счетных множеств. Построение несчетного множества. Мощность континуума. Доказательство континуальности множества всех действительных чисел.

Неориентированные и ориентированные графы. Отношение достижимости на графе. Цепи и пути. Определение простой цепи и простого пути. Циклы и контуры. Ациклические и бесконтурные графы. Теорема о существовании простой цепи и простого пути(без доказательства).

Вычисление степеней вершин графа. Понятие подграфа, порожденного множеством вершин. Определение компонент связности неориентированного и ориентированного графов. Сильно связные графы.

Способы представления графов. Матрица инцидентий. Матрица смежности вершин. Списки смежности. Булева степень матрицы смежности.

Применение булевых степеней матрицы смежности для определения путей заданной длины.

Неориентированное и ориентированное дерево. Поддерево. Определение глубины, уровня и высоты вершины.

Бинарное дерево. Высота бинарного дерева.

Определение размеченного графа. Остовное дерево наименьшего веса. Алгоритм Краскала построения остовного дерева наименьшего веса.

Ориентированная сеть. Понятие об уровне вершины сети и порядковой функции сети. Алгоритм Демукрона вычисления порядковой функции сети.

Понятие булевой функции. Отношение лексикографического порядка. Таблицы булевых функций. Конъюнкция, дизъюнкция, сложения по модулю 2, импликация, эквивалентность, штриха Шеффера, стрелки Пирса, мажоритарная функция. Равенство булевых функций. Фиктивные переменные.

Формулы и суперпозиции. Понятие формулы над заданным множеством булевых функций. Подформулы.

Эквивалентные формулы. Суперпозиции на множестве булевых функций. Замыкание множества булевых функций.



Примеры замкнутых и незамкнутых семейств булевых функций.
Полное семейство булевых функций.
Дизъюнктивные нормальные формы. Элементарная дизъюнкция. Совершенная ДНФ. Минимальная ДНФ.
Построение совершенных ДНФ.
Полиномы Жегалкина. Метод неопределенных коэффициентов построения полинома Жегалкина.
Классы Поста (функции, сохраняющие булевы константы, самодвойственные, линейные и монотонные булевы функции).
Замкнутость классов Поста. Критериальная таблица. Проверка полноты семейств булевых функций с помощью критерия Поста.
Определение формальных языков. Соединение языков. Итерация языка. Порождающие грамматики. Терминальный и нетерминальный алфавиты. Правила вывода в грамматике. Отношение непосредственной выводимости. Вывод в грамматике. Язык, порождаемый грамматикой. Эквивалентность грамматик.
Классификация грамматик и языков. Контекстно-зависимые и контекстно-свободные грамматики. Линейные и регулярные грамматики.
Регулярные языки и регулярные выражения.
Определение конечного автомата. Система команд автомата. Конфигурация автомата. Начальные и заключительные состояния. Функция переходов. Детерминированный конечный автомат. Язык конечного автомата. Эквивалентность автоматов.
Построение регулярной грамматики по конечному автомату. Построение конечного автомата по регулярной грамматике.
Детерминизация конечных автоматов. Алгоритм детерминизации.
Машины Тьюринга. Определение конфигурации машины Тьюринга. Словарная функция в заданном алфавите. Функция вычислимая по Тьюрингу. Определение разрешимого и перечислимого множеств слов.
Контекстно-свободные языки. Порождающие грамматики. Деревья вывода. Определение магазинного автомата. Язык магазинного автомата. Функции перехода и конфигурация магазинного автомата. Вывод на множестве конфигураций автомата.
Построение магазинного автомата по КС-грамматике. Построение КС-грамматики по магазинному автомату.

6.4. Критерии оценивания

Критерии оценивания контрольной работы:

"Отлично"

- 1) студент легко ориентируется в содержании учебного материала, свободно пользуется понятийным аппаратом;
- 2) обладает умением связывать теорию с практикой;
- 3) знает и правильно применяет формулы;
- 4) решение задачи записано понятно, аккуратно, последовательно;
- 5) записан правильный ответ

"Хорошо"

- 1) студент демонстрирует полное освоение теоретического материала, владеет понятийным аппаратом, осознанно применяет знания для решения практических задач;
- 2) знает и применяет формулы, но допускает небольшие неточности;
- 3) решение задачи записано, но не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;
- 4) записан правильный ответ

"Удовлетворительно"

- 1) студент демонстрирует неполное освоение теоретического материала, плохо владеет понятийным аппаратом, плохо ориентируется в изученном материале;
- 2) знает отдельные формулы, но допускает значительные неточности в их применении;
- 3) решение задачи записано неверно, не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;
- 4) записан правильный ответ

"Неудовлетворительно"

- 1) студент имеет разрозненные, бессистемные знания;
- 2) не может применять знания для решения практических задач;
- 3) решение задачи записано неверно либо отсутствует;
- 4) записан неправильный ответ либо не записан ответ

Критерии оценивания экзамена:

«Отлично» (5) – студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, теоретические выводы подтверждает примерами, фактами, данными научных исследований; осуществляет межпредметные связи, предложения. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения и профессионально-личностную позицию по излагаемому вопросу. Ответ носит самостоятельный характер.



«Хорошо» (4) – ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов экзаменатора.

«Удовлетворительно» (3) – студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке утверждений, не привлекает для аргументации ответа основные математические принципы, не умеет обосновать свои суждения; наблюдается нарушение логики изложения. Ответ отличается низким уровнем самостоятельности.

«Неудовлетворительно» (2) – студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; не ориентируется в программно-методических, исследовательских материалах, беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

| | Авторы, | Заглавие | Издательство, | Ресурс |
|------|--|--|---|--------|
| ЛП.1 | Буре В. М., Парилина Е. М., Седаков А. А. | Теория вероятностей и вероятностные модели: учебник (https://e.lanbook.com/book/108328) | Санкт-Петербург : Лань, 2020 | ЭБС |
| ЛП.2 | Бантикова О. И., Васянина В. И., Жемчужникова Ю. А., Реннер А. Г., Седова Е. Н., Реннер А. Г. | Методы и модели эконометрики: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=364841) | Оренбург : Оренбургский государственный университет, 2015 | ЭБС |

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

| | |
|----|---|
| Э1 | Бессмертный, И. А. Системы искусственного интеллекта : учебное пособие для вузов / И. А. Бессмертный. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 157 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07467-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/470638 URL: https://urait.ru/bcode/470638 |
|----|---|

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .
2. Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: <http://biblioclub.ru/>.
3. Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: <http://e.lanbook.com/>.
4. Юрайт [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Юрайт. – URL: <https://urait.ru>.
5. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. – URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Вероятностные и дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Методы математического моделирования в ракетно-космической технике ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 13

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: 456313, Челябинская обл., г. Миасс, ул. Керченская, д. 1, аудитория № 305.

2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, для проведения групповых консультаций, индивидуальных консультаций, для текущего контроля и промежуточной аттестации: 456313, Челябинская обл., г. Миасс, ул. Керченская, д. 1, аудитория № 305.

Основное оборудование: учебные столы, совмещенные со скамейками на 38 посадочных мест, стол преподавателя, стул преподавателя, доска 3 створчатая ученическая обычная настенная, стационарное мультимедийное интерактивное оборудование:

аудио колонки Sven, проектор Epson, экран настенный, компьютер ColorSit, монитор Asus.

Программное обеспечение: Операционная система Windows xp Акт приема-передачи от 26.03.2008. Пакет офисных программ Adobe Reader свободное программное обеспечение; OpenOffice свободное программное обеспечение; MPC-NC свободное программное обеспечение; Google Chrome свободное программное обеспечение.

Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security 11 на основе лицензионного договора № кб-1692 от 11.09.2019.

3. Помещение для самостоятельной работы: 456313, Челябинская обл., г. Миасс, ул. Керченская, д. 1, Читальный зал, аудитория 312.

Основное оборудование: Количество посадочных мест - 42, 1 персональный компьютер с подключением в сеть «Интернет», неограниченный доступ к ЭБС и БД, Wi-Fi, библиотечный фонд.

Программное обеспечение: Операционная система Windows 10 Акт приема-передачи 528/о от 15.09.2014; Операционная система Windows 10 Акт приема-передачи 437/к от 19.09.2012; Пакет офисных программ Adobe Reader свободное программное обеспечение; OpenOffice свободное программное обеспечение; MPC-NC свободное программное обеспечение; Google Chrome свободное программное обеспечение. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security 11 на основе лицензионного договора № кб-1692 от 11.09.2019.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Приступая к изучению дисциплины «Вероятностные и дискретные модели» магистрант должен ясно представлять, что результат обучения зависит не только от работы преподавателей на лекциях и практических занятиях, но и о того, насколько добросовестно он сам подойдет к этому процессу.

Необходимо сразу точно понять критерии оценки всех видов учебной работы в течение учебного семестра, критерии получения экзаменационной оценки.

Все формы учебной работы имеют равное значение, поэтому посещение как лекционных, так и практических занятий, выполнение всех видов самостоятельной работы и активное участие в учебной деятельности позволят добиться высоких результатов.

Магистранту рекомендуется конспектировать материал лекций, однако следует помнить, что лекция не является диктантом, во время которого все следует записывать дословно. Помимо лекционного материала нужно использовать рекомендованную основную и дополнительную литературу, при этом достаточно взять один – два базовых учебника из списка основной литературы, и по мере необходимости – дополнительную учебную литературу и периодические издания.

На практических занятиях магистрант может не только закрепить знание и понимание учебного материала, но и развить профессиональные навыки письменной и устной речи. Поэтому результат обучения в существенной степени определяется качеством самостоятельной подготовки, умением находить интересный материал. Все контрольные работы и письменные задания являются обязательными для выполнения.

Особое внимание следует уделять самостоятельной работе, в ходе которой можно как закрепить знания материал, так и расширить профессиональный кругозор. Кроме того, можно определить круг научных интересов, выбрав тему будущей диссертации или научно-исследовательской работы при подготовке к лабораторным занятиям и в ходе выполнения письменных самостоятельных работ. Это позволит накопить достаточно количество теоретического и практического материала для ее выполнения.

Результаты работы магистрантов подводятся в ходе их промежуточной и итоговой аттестации. Промежуточная аттестация обычно проводится два раза в семестр. Она отражает посещение магистрантами лекций и работу на практических занятиях. В случае если магистрант не прошел аттестацию, он не будет допущен к экзамену.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации по предмету является важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.



В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции в TeamOffice365) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, электронная почта, социальные сети, мессенджеры).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей, Office365. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

01.04.02 Прикладная математика и информатика, Методы математического моделирования в ракетно-космической технике, Вероятностные и дискретные модели, 2026, очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

В.Ю. Гудков

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1