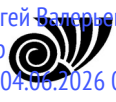


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.06.2026 09:20:18
Уникальный программный ключ:
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e87361f3



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

Методы оптимизации

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
Математическое моделирование

Присваиваемая квалификация
бакалавр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

01.03.02 Прикладная математика и информатика, Математическое моделирование, Методы оптимизации, 2026, очная

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

И.И. Валов

Структура фонда оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27.09.2022 г. № 573-1 «Об утверждении шаблонов документов».



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Содержание

<u>1. Паспорт фонда оценочных средств.....</u>	<u>4</u>
<u>2. Перечень формируемых компетенций.....</u>	<u>4</u>
<u>2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной.....</u>	<u>4</u>
<u>3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....</u>	<u>6</u>
<u>3.1 Виды оценочных средств.....</u>	<u>6</u>
<u>3.2 Содержание оценочных средств.....</u>	<u>7</u>
<u>4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации. 22</u>	
<u>4.1 Порядок проведения промежуточной аттестации.....</u>	<u>22</u>
<u>4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....</u>	<u>25</u>
<u>4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций..</u>	<u>27</u>



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 4 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль): Математическое моделирование

Дисциплина: Методы оптимизации

Семестры изучения: 6

Форма промежуточной аттестации: зачет

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Методы оптимизации» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций в соответствии с ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Демонстрирует знание теоретических основ принятия решений в сфере управления проектами. УК-2.2. Выявляет и анализирует различные способы решения задач в рамках цели проекта и аргументирует их выбор. УК-2.3. Демонстрирует способность проектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.	<i>Знать</i> теоретические основы принятия решений в сфере управления проектами. <i>Уметь</i> анализировать различные способы решения задач в рамках цели проекта; <i>Владеть</i> навыками решения конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных	<i>Знать</i> постановки задач оптимизации и исследования операций, основные теоретические ре-



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 5 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	наук; ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук; ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности;	результаты; <i>Уметь</i> применять методы решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования; <i>Владеть</i> навыками решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Имеет представление об известных математических моделях, применяемых для решения задач в области профессиональной деятельности; ОПК-3.2. Демонстрирует умения применять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач; ОПК-3.3. Имеет практический опыт применения и выполнения модификаций математических моделей для решения прикладных задач.	<i>Знать</i> практические численные методы решения задач оптимизации и исследования операций; <i>Уметь</i> применять математический аппарат для решения оптимизационных задач; <i>Владеть</i> навыками применения математического аппарата для решения оптимизационных задач.

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Аналитические методы оптимизации	ОПК-1, УК-2 Знать: форму постановки задачи оптимизации на условный экстремум. Уметь: решать в аналитической форме задачу на условный и безусловный экстремум функции одной переменной.	Контрольная работа №1	Вопросы к экзамену. Типовые задачи



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		Владеть: методами классического математического анализа и методом множителей Лагранжа.		
2	Численные методы безусловной оптимизации	ОПК-3 Знать: условия применимости и критерии сходимости численных методов оптимизации. Уметь: производить поиск экстремума с использованием методов наискорейшего спуска, метода Ньютона и метода дихотомии, составлять блок-схемы применяемых методов. Владеть: практическими навыками составления компьютерных программ для поиска экстремума заданной аналитической функции.	Лабораторная работа №1	Вопросы к экзамену. Типовые задачи
3	Элементы теории необходимых условий экстремума	ОПК-1 Знать: элементы теории необходимых условий экстремума. Уметь: применять математический аппарат высшей алгебры и математического анализа к задачам поиска экстремума функций одной и нескольких переменных. Владеть: практическими навыками решения задач математического программирования при наличии ограничений геометрическим методом.	Контрольная работа №2	Вопросы к экзамену. Типовые задачи
4	Численные методы решения задач оптимизации при наличии ограничений	ОПК-3, УК-2 Знать: методы постановки ограничений в задачах оптимизации, способы перехода от задач условной оптимизации к задачам безусловной оптимизации. Уметь: решать задачи оптимизации при наличии ограничений методом искусственного базиса, симплекс-методом, методом Нелдера-Мида. Владеть: практическими навыками составления компьютерных программ, реализующих численные методы решения задач оптимизации при наличии ограничений.	Лабораторная работа №2	Вопросы к экзамену. Типовые задачи

Типовые задания, контрольные работы, тесты критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

3.2 Содержание оценочных средств для текущей аттестации

Тестовые задания по дисциплине «Методы оптимизации»

Часть 1. Открытые вопросы (10 заданий)

№	Формулировка задания
---	----------------------



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 7 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1	Дайте определение задачи безусловной оптимизации. Сформулируйте необходимые условия экстремума первого и второго порядка.
2	В чём заключается метод множителей Лагранжа для решения задачи на условный экстремум? Запишите функцию Лагранжа.
3	Опишите геометрическую интерпретацию задачи линейного программирования с двумя переменными.
4	Запишите алгоритм метода дихотомии для поиска минимума унимодальной функции на отрезке.
5	Что такое унимодальная функция? Почему это свойство важно для методов одномерной минимизации?
6	Сформулируйте теорему о сходимости метода наискорейшего спуска для сильно выпуклых функций.
7	В чём разница между методами внутренних и внешних штрафных функций? Приведите пример штрафной функции.
8	Запишите необходимые условия Куна-Таккера для задачи нелинейного программирования с ограничениями-неравенствами.
9	Что такое опорная точка в задаче линейного программирования? Какова её роль в симплекс-методе?
10	Опишите идею метода Нелдера-Мида. Для каких задач он применяется?

Часть 2. Закрытые вопросы (выберите один правильный ответ) (10 заданий)

№	Формулировка задания	Варианты ответов
11	Метод золотого сечения относится к:	а) градиентным методам; б) методам прямого поиска; в) методам штрафных функций; г) симплекс-методам
12	Для сходимости метода Ньютона в задаче минимизации необходимо, чтобы:	а) функция была унимодальной; б) матрица Гессе была положительно определена; в) градиент был равен нулю; г) функция была линейной
13	Условие Слейтера в теории Куна-Таккера гарантирует:	а) единственность решения; б) выполнение условий регулярности; в) выпуклость функции; г) сходимость итерационного процесса
14	В симплекс-методе переход к новой опорной точке осуществляется путём:	а) вращения базиса; б) замены одного базисного вектора на небазисный; в) изменения целевой функции; г) добавления искусственных переменных
15	Метод сопряжённых градиентов Флетчера-Ривса требует вычисления:	а) только градиента; б) градиента и матрицы Гессе; в) только значений функции; г) вторых производных
16	Выпуклая функция на выпуклом множестве обладает свойством:	а) имеет единственный глобальный минимум; б) любой локальный минимум является глобальным; в) градиент постоянен; г) матрица Гессе вырождена
17	Метод искусственного базиса применяется для:	а) поиска начальной опорной точки в ЛП; б) решения нелинейных задач; в) минимизации без ограничений; г) ускорения сходимости градиентных методов
18	Скорость сходимости	а) квадратичной; б) линейной; в) сверхлинейной; г)



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 8 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	метода золотого сечения является:	логарифмической
19	В методе проекции градиента на каждом шаге выполняется:	а) спуск по антиградиенту с последующей проекцией на допустимое множество; б) решение системы линейных уравнений; в) поиск вдоль сопряжённых направлений; г) минимизация штрафной функции
20	Теорема Фаркаша используется для доказательства:	а) существования решения задачи ЛП; б) сходимости метода Ньютона; в) выпуклости функции; г) единственности множителей Лагранжа

Часть 3. Задания на соответствие (5 заданий)

№	Задание
2 1	Установите соответствие между методом и типом задачи: А) Симплекс-метод — 1) Безусловная минимизация Б) Метод наискорейшего спуска — 2) Линейное программирование В) Метод множителей Лагранжа — 3) Условная оптимизация с ограничениями-равенствами Г) Метод золотого сечения — 4) Одномерная минимизация
2 2	Установите соответствие между условием и его смыслом в оптимизации: А) $\nabla f(x^*) = 0$ — 1) Достаточное условие минимума Б) $\nabla^2 f(x^*) > 0$ — 2) Необходимое условие безусловного экстремума 1-го порядка В) Условие Слейтера — 3) Условие регулярности для Куна-Таккера Г) $\lambda_i \geq 0$ — 4) Неотрицательность множителей для ограничений-неравенств
2 3	Установите соответствие между методом и порядком сходимости: А) Метод дихотомии — 1) Квадратичная Б) Метод Ньютона — 2) Линейная (коэффициент ≈ 0.618) В) Метод секущих — 3) Сверхлинейная (≈ 1.618) Г) Градиентный спуск — 4) Линейная
2 4	Установите соответствие между понятием и определением: А) Унимодальная функция — 1) Множество, содержащее отрезок между любыми двумя своими точками Б) Выпуклое множество — 2) Функция с единственным локальным экстремумом на отрезке В) Опорная точка — 3) Угловая точка допустимого множества в ЛП Г) Сопряжённые направления — 4) Векторы, ортогональные относительно матрицы Гессе
2 5	Установите соответствие между методом штрафных функций и характеристикой: А) Метод внутренних штрафных функций — 1) Требуется начальной точки внутри допустимой области Б) Метод внешних штрафных функций — 2) Допускает итерации вне допустимой области В) Метод скользящего допуска — 3) Постепенное ужесточение ограничений в процессе счёта



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
 по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 9 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Г) Метод барьерных функций — 4) Использует логарифмический барьер для предотвращения выхода за границы

Ключи к тесту и критерии оценивания

№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
1	Задача: найти $\min f(x), x \in \mathbb{R}^n$.	2 балла: полное определение + оба условия; 1 балл: только 1-е условие/с неточностью; 0 баллов: неверно
2	Функция Лагранжа: $L(x, \lambda) = f(x) + \sum \lambda_i g_i(x)$. Метод: поиск стационарных точек L при $\nabla_x L = 0$, $\nabla_\lambda L = 0$.	2 балла: формула + описание метода; 1 балл: только формула/описание; 0 баллов: неверно
3	Допустимое множество — выпуклый многоугольник; линии уровня целевой функции — прямые; оптимум достигается в вершине (или на ребре).	2 балла: полное описание + геометрическая интерпретация; 1 балл: частичное описание; 0 баллов: неверно
4	1) Задать $[a_0, b_0]$, ε . 2) $c = (a + b)/2 - \delta$, $d = (a + b)/2 + \delta$. 3) Сравнить $f(c)$, $f(d)$. 4) Сузить отрезок. 5) Повторять, пока $b - a < \varepsilon$.	2 балла: алгоритм с пояснениями; 1 балл: алгоритм без пояснений/с ошибкой; 0 баллов: неверно
5	Унимодальная: имеет единственный экстремум, монотонна по обе стороны. Важно: гарантирует сходимость методов деления отрезка.	2 балла: определение + обоснование важности; 1 балл: только определение; 0 баллов: неверно
6	Если f сильно выпукла с константой $m > 0$, ∇f липшицев с константой L , то метод сходится линейно.	2 балла: формулировка с параметрами; 1 балл: общая формулировка; 0 баллов: неверно
7	Внутренние: итерации внутри допустимой области, барьер «отталкивает» от границы. Внешние: допускают выход, штраф растёт за нарушение. Пример: $P(x) = f(x) + \mu \sum [\max(0, g_i(x))]^2$.	2 балла: различие + пример; 1 балл: только различие/пример; 0 баллов: неверно
8	$\nabla f(x^\wedge) + \sum \lambda_i \nabla g_i(x^\wedge) = 0$; $\lambda_i \geq 0$; $\lambda_i g_i(x^\wedge) = 0$; $g_i(x^\wedge) \leq 0$.	2 балла: все 4 условия; 1 балл: 2–3 условия; 0 баллов: ≤ 1 условие
9	Опорная точка — угловая точка допустимого многогранника, соответствующая базисному допустимому решению. В симплекс-методе:	2 балла: определение + роль в методе; 1 балл: только определение; 0



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 10 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	переход между опорными точками с улучшением целевой функции.	баллов: неверно
10	Метод Нелдера-Мида: поиск минимума с помощью деформируемого симплекса (отражение, растяжение, сжатие). Применяется для негладких функций, когда градиент недоступен.	2 балла: идея + область применения; 1 балл: только идея/применение; 0 баллов: неверно
11	б) методам прямого поиска	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
12	б) матрица Гессе была положительно определена	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
13	б) выполнение условий регулярности	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
14	б) замены одного базисного вектора на небазисный	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
15	а) только градиента	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
16	б) любой локальный минимум является глобальным	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
17	а) поиска начальной опорной точки в ЛП	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
18	б) линейной	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
19	а) спуск по антиградиенту с последующей проекцией на допустимое множество	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
20	а) существования решения задачи ЛП	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
21	А-2, Б-1, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
22	А-2, Б-1, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
23	А-2, Б-1, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
24	А-2, Б-1, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
25	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок

Шкала оценивания

Сумма баллов	Оценка	Уровень освоения компетенций
--------------	--------	------------------------------



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 11 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

36–40	Отлично (5)	Продвинутый
28–35	Хорошо (4)	Базовый
20–27	Удовлетворительно (3)	Пороговый
0–19	Неудовлетворительно (2)	Компетенции не сформированы

Задания для контрольных работ

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \sin x$$

1) Найти минимум функции с точностью до 4-го знака.
Ответ: 0.7391.

$$f(x) = \frac{x}{(x^2+1)}$$

2) Найдите значения максимума и минимума функции . Ответ: максимум равен 1/2 при $x=1$, минимум равен -1/2 при $x=-1$.

3) Найдите минимум функции $f(x) = -e^{-x} \operatorname{sh}(x/2)$. Ответ: Минимум функции равен $-1/3\sqrt{3}$.

4) Использовать метод Фибоначчи для поиска минимума функции $f(x) = 2x^2 - e^x$ при десятикратном вычислении функции. Ответ: минимум достигается в точке $x=0.357403$, значение функции в этой точке $f(x)=-1.174138$.

5) Найти минимум функции $f(x) = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_2)^2$ на прямой, проходящей через точку (-1,0) в направлении (5,1). Ответ: $f(x)=0.192866$, в точке (0.56337, 0.312674).

6) Минимизируйте функцию $f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 + 2x_1^2x_2^2 - 4x_1 + 3$. Ответ: минимум функции равен 0 в точке (1,0).

7) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2 = 11 \\ \dots \end{cases}$$

Ответ: Возможные решения: (3, 2); (3.5844, -1.8481); (-3.7793, -3.2832); (-2.8011, 3.1313).

8) Посылка, которую должны отправить по почте, имеет форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами x_1, x_2, x_3 . При отправлении посылки накладываются ограничения: $x_1 \leq 20$, $x_2 \leq 11$, $x_3 \leq 42$ и $x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 72$. Найдите размеры, при которых объем будет максимальным.

Лабораторные работы

1) Минимизируйте функцию $f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2$.

Ответ: минимум равен 0 в точке (3, 2).

2) Используя метод Флетчера-Ривса с начальной точкой (-1.2, 1),



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

минимизировать функцию Розенброка $f(x) = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_2)^2$.

Ответ: минимум функции равен 0 в точке (1, 1).

3) Минимизировать функцию $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^2 - 3x_1 - 2x_2 + 2$.

Ответ: минимум равен -1 в точке (1, 1).

4) Используйте комплексный метод для минимизации функции $f(x, y) = x^2 + y^2$ при ограничениях $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 5$.

Ответ: минимум равен 12.5 при $x=y=2.5$.

5) Минимизируйте функцию $f(x, y) = x^2 + 6xy - 4x - 2y$ при ограничениях $x^2 + 2y \leq 1$, $2x - 2y \leq 1$.

Ответ: минимум равен -371/196 при $x=9/14$, $y=1/7$.

6) Минимизируйте функцию $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ при ограничениях $x + y + z \geq 3$, $xyz \geq 3$. в качестве начальной точки возьмите (1, 2, 3).

Ответ: минимум равен 6.2403 при $x=y=z=1.4422$.

7) Минимизируйте функцию $f(x, y) = (x-1)^4 + (y-3)^2$ если $x, y \geq 0$ и $3x^2 + 2y^2 \leq 21$, $4x + 5y \leq 20$.

Ответ: минимум равен 0 при $x=1$, $y=3$.

8) Минимизируйте функцию $f(x, y) = x^2 + y^2$ при ограничениях $x \geq 2$, $x^2 - y^2 \leq 1$.

3.3. Критерии оценивания по видам оценочных средств

Критерии оценивания контрольных работ

«отлично»

1) студент легко ориентируется в содержании учебного материала, свободно пользуется понятийным аппаратом, обладает умением связывать теорию с практикой, высказывать и обосновывать свои суждения;

1) знает и правильно применяет формулы;

2) знает и правильно применяет нормативные документы;

3) решение задачи записано понятно, аккуратно, последовательно;

4) записан правильный ответ

«хорошо»


1) студент демонстрирует полное освоение теоретического материала, владеет понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет знания для решения практических задач, грамотно излагает свою позицию;

2) знает и применяет формулы и нормативные документы, но допускает небольшие неточности;

3) решение задачи записано, но не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;

4) записан правильный ответ

«удовлетворительно»

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 13 из 20	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

- 1) студент демонстрирует неполное освоение теоретического материала, плохо владеет понятийным аппаратом, плохо ориентируется в изученном материале, неуверенно излагает свою позицию;
- 2) знает отдельные формулы и нормативные документы, но допускает значительные неточности в их применении;
- 3) решение задачи записано неверно, но не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;
- 4) записан правильный ответ
«неудовлетворительно»
- 1) студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл;
- 2) беспорядочно и неуверенно излагает материал, не может применять знания для решения практических задач;
- 3) решение задачи записано неверно либо отсутствует;
- 4) записан неправильный ответ либо не записан ответ

Критерии оценивания лабораторных работ

«зачтено»

- 1) Работа представлена в установленный срок и оформлена в соответствии с установленными требованиями
- 2) Работа написана самостоятельно и в ней в полной мере раскрыты вопросы контрольных заданий
- 3) Используются специальные источники
- 4) работа содержит правильную формулировку понятий и категорий
- 5) в освещении вопросов заданий не содержится грубых ошибок
- 6) при решении заданий сделаны правильные и аргументированные выводы

«не зачтено»


- 1) студент не справился с заданиями
- 2) в работе не раскрыто основное содержание вопросов, имеются грубые ошибки
- 3) имеются явные признаки плагиата
- 4) оформление работы не соответствует требованиям

Работа, по результатам проверки которой выставлена оценка «не зачтено», возвращается студенту на доработку. Студент не может быть допущен до сдачи зачета или экзамена до тех пор, пока не представит исправленную работу.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения и содержание оценочных средств промежуточной аттестации

Экзамен проводится в форме письменно-устного опроса. На письменный ответ студента отводится 40 минут, затем ответ

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 14 из 20	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

проверяется преподавателем, при необходимости могут быть заданы уточняющие вопросы.

Перечень вопросов к экзамену

1. Предмет и история развития методов оптимизации. Принципы и примеры моделирования экономических и технических задач.

Математические постановки задачи оптимизации, основные определения, теорема Вейерштрасса.

2. Классификация задач оптимизации.

- задача безусловной оптимизации, необходимые условия оптимизации 1-го и 2-го порядков; достаточные условия оптимальности; задача условной оптимизации; геометрическая интерпретация задач оптимизации;

- классическая задача на условный экстремум: метод исключения, метод множителей Лагранжа, геометрическая интерпретация метода Лагранжа, достаточные условия условного экстремума;

- выпуклая задача оптимизации, основные свойства выпуклых задач. Задачи линейного, нелинейного программирования, примеры задач ЛП и НЛП, задача оптимального управления.

3. Введение в численные методы оптимизации – классификация методов, понятие о сходимости методов оптимизации, скорость сходимости, критерии окончания счета. Численные методы одномерной оптимизации.

- унимодальные функции,

- поиск нуля функции одной переменной,

- метод деления пополам,

- метод Ньютона,

- методы секущих и ложного положения.

4. Методы одномерной минимизации.

- метод Фибоначчи,

- метод золотого сечения,

- методы полиномиальной интерполяции (метод Дэвиса-Свена-Кемли (ДСК), метод Пауэлла),

- понятие о регуляризованных процедурах.

5. Численные методы безусловной оптимизации.

- методы минимизации, использующие производные;

- градиентные методы:

- схема метода, методы с дроблением шага, метод наискорейшего спуска, теорема о сходимости градиентных методов;



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 15 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

- понятие сильно выпуклой функции, теорема о сходимости метода наискорейшего спуска для сильно выпуклых целевых функций;
- эффект оврагов, методы борьбы с оврагами;
- метод покоординатного спуска (метод Гаусса-Зейделя);
- метод Ньютона и его модификации, сходимость метода Ньютона;
- метод с регулировкой шага (Ньютона-Рафсона), теорема о сходимости метода Ньютона-Рафсона;
- квазиньютоновские методы;
- метод сопряженных градиентов:
- понятие сопряженного направления, лемма о линейной независимости H -сопряженных векторов, метод Флетчера-Ривса;
- основная теорема метода Флетчера-Ривса;
- алгоритм метода Флетчера-Ривса, минимизация неквадратичных функций, теоремы о сходимости метода сопряженных градиентов;
- методы минимизации, не использующие производные (методы поиска):
- метод Нелдера-Мида.

6. Линейное программирование.


- основные определения, примеры задач ЛП,
- стандартные формы записи задач ЛП,
- геометрическая интерпретация задач ЛП, выпуклость множества допустимых решений.

Опорные точки допустимого множества задач ЛП в канонической форме, теоремы об основных свойствах опорных точек. Симплекс-метод решения задач ЛП, понятие базиса опорной точки, вырожденной и невырожденной опорной точки и задачи, итерации симплекс-метода – основные теоремы метода. Метод искусственного базиса поиска начальной опорной точки.

7. Основы выпуклого анализа.

Определение выпуклого множества и проекции точки на замкнутое множество. Лемма об основных свойствах проекции точки на замкнутое множество, теоремы отделимости точки от множества, теоремы об отделимости множеств. Понятие конуса и сопряженного конуса. Основные свойства двойственных (сопряженных) конусов. Основные приложения теории отделимости: теорема Фаркаша, следствие из теоремы Фаркаша и теорема о существовании решения задачи ЛП.

Выпуклые функции и опорные функционалы, определения, основные свойства, теоремы о производной по направлению и непрерывности выпуклой функции.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 16 из 20	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Необходимые и достаточные условия безусловного минимума выпуклой функции. Опорные функционалы и производные по направлению.

8. Условия экстремума в задачах НЛП с ограничениями.

Основное необходимое условие оптимальности. Понятие направления (конуса) убывания, возможного направления и касательного направления.

Уравнение Эйлера-Лагранжа, теорема Милютина-Дубовицкого.

Обобщенное правило множителей Лагранжа. Необходимые условия Куна-Таккера. Теорема Куна-Таккера, условие Слейтера.

9. Численные методы НЛП при наличии ограничений.

Методы линейной аппроксимации: метод аппроксимирующего программирования, проективные методы, метод проекции градиента (метод Розена).

10. Методы штрафных функций: метод внутренних штрафных функций (МВШФ), сходимость МВШФ. Методы внешних штрафных функций, сходимость методов внешних штрафных функций, сравнительная оценка методов штрафных функций.

11. Метод скользящего допуска, основные понятия, стратегия алгоритма скользящего допуска.

Критерии оценивания экзамена

«Отлично» (5).

Студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, теоретические выводы подтверждает примерами, фактами, данными научных исследований; осуществляет межпредметные связи, предложения. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы. Ответ носит самостоятельный характер.

«Хорошо» (4).

Ответ студента соответствует указанным выше критерия, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; допущенные ошибки исправляются магистрантом после дополнительных вопросов экзаменатора.

«Удовлетворительно» (3).

Студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 17 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, не умеет обосновать свои суждения; наблюдается нарушение логики изложения. Ответ отличается низким уровнем самостоятельности, не содержит собственной профессионально-личностной позиции.

«Неудовлетворительно» (2). Студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

4.2. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
УК-2	<i>Знает</i> теоретические основы принятия решений в сфере управления проектами.	<i>Знает</i> теоретические основы принятия решений в сфере управления проектами.	<i>Знает в целом</i> теоретические основы принятия решений в сфере управления проектами.	<i>Знает некоторые</i> теоретические основы принятия решений в сфере управления проектами.	<i>Не знает</i> теоретические основы принятия решений в сфере управления проектами.
	<i>Умеет</i> анализировать различные способы решения задач в рамках цели проекта;	<i>Умеет</i> анализировать различные способы решения задач в рамках цели проекта;	<i>Умеет</i> в целом анализировать различные способы решения задач в рамках цели проекта;	<i>Умеет</i> анализировать некоторые способы решения задач в рамках цели проекта;	<i>Не умеет</i> анализировать различные способы решения задач в рамках цели проекта;
	<i>Владеет</i> навыками решения конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее ре-	<i>Владеет</i> навыками решения конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее ре-	<i>Владеет</i> в целом навыками решения конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее ре-	<i>Владеет</i> некоторыми навыками решения конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный	<i>Не владеет</i> навыками решения конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее ре-



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 18 из 20	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	---------------	------------------------	---------------

	шения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений	шения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений	шения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений	способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений	шения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1	Знает постановки задач оптимизации и исследования операций, основные теоретические результаты;	Знает и понимает постановки задач оптимизации и исследования операций, основные теоретические результаты;	Знает постановки задач оптимизации и исследования операций, основные теоретические результаты;	Знает частично постановки задач оптимизации и исследования операций, основные теоретические результаты;	Не знает постановки задач оптимизации и исследования операций, основные теоретические результаты;
	Умеет применять методы решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Умеет самостоятельно применять методы решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Умеет применять методы решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Умеет применять некоторые методы решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Не умеет применять методы решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;
	Владеет навыками решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Владеет уверенно навыками решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Владеет навыками решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Владеет частично навыками решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;	Не владеет навыками решения оптимизационных задач методами линейного, целочисленного и динамического программирования;
ОПК-3	Знает практические чис-	Знает и понимает практи-	Знает практические чис-	Знает в целом практические	Не знает практические



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 19 из 20	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	---------------	------------------------	---------------

ленные методы решения задач оптимизации и исследования операций;	численные методы решения задач оптимизации и исследования операций;	ленные методы решения задач оптимизации и исследования операций;	численные методы решения задач оптимизации и исследования операций;	численные методы решения задач оптимизации и исследования операций;
Умеет применять математический аппарат для решения оптимизационных задач;	Умеет самостоятельно применять математический аппарат для решения оптимизационных задач;	Умеет применять математический аппарат для решения оптимизационных задач;	Умеет в целом применять математический аппарат для решения оптимизационных задач;	Не умеет применять математический аппарат для решения оптимизационных задач;
Владеет навыками применения математического аппарата для решения оптимизационных задач.	Владеет уверенно навыками применения математического аппарата для решения оптимизационных задач.	Владеет навыками применения математического аппарата для решения оптимизационных задач.	Владеет некоторыми навыками применения математического аппарата для решения оптимизационных задач.	Не владеет навыками применения математического аппарата для решения оптимизационных задач.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	отлично
Базовый	хорошо
Пороговый	удовлетворительно
компетенции не сформированы	неудовлетворительно

Уровни формирования компетенций:

1. Пороговый уровень:

предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание предмета, задач, терминологии, определений, формулировок теорем методов оптимизации и исследования операций;

студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины, использовать базовые термины; имеет представление об



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 20 из 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

аналитических и численных методах решения задач безусловной и условной оптимизации; способен самостоятельно интерпретировать учебную литературу и справочные источники по методам оптимизации и исследования операций.

2. Базовый уровень:

предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется знание постановок задач оптимизации, основных теоретических результатов и практических численных методов решения этих задач;

студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины; способен разграничивать задачи условной и безусловной, одномерной и многомерной оптимизации, выбирать для каждой из них подходящий метод решения и способен пошагово описать алгоритм реализации выбранного метода;

3. Продвинутый уровень:

предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки постановки практических задач, как задач оптимизации, изучения методов решения задач оптимизации и умения применять численные методы к их решению, особое внимание уделяется особенностям программной реализации алгоритмов;

студент способен использовать систему научных понятий методов оптимизации и исследования операций; способен на основе самостоятельного анализа практической задачи отнести её к правильному классу задач оптимизации, выбрать требуемый метод решения, корректно описать его алгоритм, обосновать сходимость алгоритма, выбрать критерий окончания расчёта.