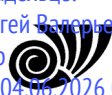


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 04.06.2026 09:20:17  
Уникальный программный ключ:  
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e877f61f7



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств  
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

***Математическая статистика***

Направление подготовки  
*01.03.02 Прикладная математика и информатика*

Направленность (профиль)  
*Математическое моделирование*

Присваиваемая квалификация  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Миасс 2026 г.

**01.03.02 Прикладная математика и информатика, Математическое моделирование, Математическая статистика, 2026, очная**

**Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:**

Проректор по учебной работе      утверждено 27.02.26      А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета  
Миасского филиала ФГБОУ ВО  
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

**Заседанием кафедры прикладной математики**

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой


согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)


А.С. Воронин

**Структура фонда оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27.09.2022 г. № 573-1 «Об утверждении шаблонов документов».**

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 3 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	4
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	6
3.1 Виды оценочных средств.....	6
3.2 Содержание оценочных средств.....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации. 22	22
4.1 Порядок проведения промежуточной аттестации.....	22
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	25
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций..	27

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 4 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль): Математическое моделирование

Дисциплина: Математическая статистика

Семестр изучения: 6


Форма промежуточной аттестации: зачёт

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Математическая статистика» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук</p> <p>Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач</p>	<p><i>Знать</i> асимптотические свойства выборочных моментов, свойства оценок, полученных по методу моментов, критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера, теорему Неймана-Фишера, лемму Неймана-Пирсона, теорему Гаусса-Маркова.</p> <p><i>Уметь</i> оценивать плотности распределения, строить доверительные интервалы, проверять статистические гипотезы, проверять состоятельность критерия, работать с критериями согласия хи-квадрат и Колмогорова.</p> <p><i>Владеть</i> навыками первичной обра-</p>


	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 5 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

		профессиональной деятельности	ботки наблюдений, оценки математического ожидания и дисперсии, использования оценок максимального правдоподобия..
--	--	-------------------------------	---

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### 3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Основные понятия математической статистики	ОПК-1 <i>знает</i> основные понятия математической статистики <i>умеет</i> вычислять выборочные моменты <i>владеет</i> навыками первичной обработки наблюдений, оценки математического ожидания и дисперсии	Контрольная работа №1	Вопросы к зачету Типовые задачи
2	Точечное оценивание	ОПК-1 <i>знает</i> свойства оценок, полученных по методу моментов, критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера <i>умеет</i> оценивать плотности распределения; <i>владеет</i> навыками использования оценок максимального правдоподобия в решении задач математической статистики .	Контрольная работа №2	Вопросы к зачету Типовые задачи
3	Интервальное оценивание	ОПК-1 <i>знает</i> методы интервального оценивания; <i>умеет</i> строить доверительные интервалы; <i>владеет</i> навыками применения интервального оценивания в решении задач математической статистики	Контрольная работа №3	Вопросы к зачету Типовые задачи
4	Проверка статистических гипотез	ОПК-1 <i>знает</i> теорему Неймана-Фишера, лемму Неймана-Пирсона; <i>умеет</i> проверять статистические гипотезы; <i>владеет</i> навыками проверки статистических гипотез	Контрольная работа №4	Вопросы к зачету Типовые задачи

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 6 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____


		ских гипотез в решении задач математической статистики		
5	Линейные статистические модели	ОПК-1 <i>знает</i> теорему Гаусса-Маркова. <i>умеет</i> работать с критериями согласия хи-квадрат и Колмогорова. <i>владеет</i> навыками применения критериев согласия хи-квадрат и Колмогорова. в решении задач математической статистики	Контрольная работа №5	Вопросы к зачету Типовые задачи

### 3.2 Содержание оценочных средств для текущей аттестации

#### Тестовые задания по дисциплине «Математическая статистика» (промежуточная аттестация)

##### Задания закрытого типа (1–10)

- Выборочное среднее  $\bar{X}$  для независимой выборки  $X_1, \dots, X_n$  вычисляется по формуле:  
а)  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ; б)  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$ ; в)  $\sqrt{\frac{1}{n} \sum X_i^2}$ ; г)  $\max(X_1, \dots, X_n)$ .
- Какое свойство характеризует оценку параметра, математическое ожидание которой совпадает с истинным значением параметра?  
а) Согласованность; б) Несмещенность; в) Эффективность; г) Робастность.
- Доверительный интервал для неизвестного параметра  $\theta$  с надежностью  $\gamma=0.95$  означает, что:  
а) параметр  $\theta$  с вероятностью 0.95 попадает в этот интервал; б) в 95% случаев интервал, построенный по выборке, накроет истинное значение  $\theta$ ; в) ширина интервала равна 0.95; г) ошибка оценки не превышает 5%.
- Ошибка первого рода при проверке статистической гипотезы заключается в:  
а) принятии ложной нулевой гипотезы; б) отклонении верной нулевой гипотезы; в) неверном выборе уровня значимости; г) нарушении условия независимости наблюдений.
- Критерий согласия Пирсона ( $\chi^2$ ) использует в качестве предельного распределения статистики:  
а) нормальное; б) Стьюдента; в) хи-квадрат; г) Фишера.
- Теорема Гаусса-Маркова утверждает, что при выполнении стандартных предпосылок линейной регрессии МНК-оценки являются:  
а) смещенными, но эффективными; б) наилучшими линейными несмещенными оценками (BLUE); в) асимптотически нормальными, но не согласованными; г) медианными оценками.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 7 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

7. Что такое  $p$ -value в контексте проверки гипотез?
  - а) Вероятность верности нулевой гипотезы; б) Минимальный уровень значимости, при котором  $H_0$  отвергается; в) Вероятность ошибки второго рода; г) Доля объясненной дисперсии.
8. Несмещенная оценка дисперсии генеральной совокупности вычисляется как:
  - а)  $S^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2$ ; б)  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$ ; в)  $S^2 = \frac{1}{n+1} \sum (X_i - \bar{X})^2$ ; г)  $S^2 = \sum (X_i - \bar{X})$ .
9. Лемма Неймана-Пирсона обосновывает построение:
  - а) доверительных интервалов для нормального распределения; б) равномерно наиболее мощного критерия для простой гипотезы; в) точечных оценок методом максимального правдоподобия; г) линейных регрессионных моделей.
10. Эмпирическая функция распределения  $F_n(x)$  является:
  - а) непрерывной функцией; б) ступенчатой функцией, скачки которой равны  $1/n$  в точках выборки; в) полиномом степени  $n$ ; г) плотностью вероятности.

### Задания на установление соответствия (11–15)

11. Установите соответствие между свойством статистической оценки и его определением:
 

Несмещенность | А. Оценка сходится по вероятности к параметру при  $n \rightarrow \infty$

Согласованность | Б.  $E[\hat{\theta}] = \theta$

Эффективность | В. Оценка имеет минимальную дисперсию среди всех несмещенных оценок
12. Установите соответствие между статистическим критерием и его назначением:
 

Критерий Стьюдента (t-test) | А. Сравнение средних двух нормальных выборок


Критерий Фишера (F-test) | Б. Проверка равенства дисперсий двух нормальных совокупностей

Критерий Колмогорова | В. Проверка согласия эмпирического и теоретического распределений по максимальному отклонению
13. Установите соответствие между понятием регрессионного анализа и его формулой/описанием:
 

Метод наименьших квадратов (МНК) | А. Минимизация  $\sum (y_i - \hat{y}_i)^2$

Коэффициент детерминации  $R^2$  | Б. Доля дисперсии  $Y$ , объясненная моделью

Остатки модели  $e_i$  | В.  $e_i = y_i - \hat{y}_i$

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 8 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

14. Установите соответствие между типом ошибки при проверке гипотез и её вероятностью:

Ошибка первого рода | А. Вероятность  $\beta$

Ошибка второго рода | Б. Вероятность  $\alpha$

Мощность критерия | В. Вероятность  $1 - \beta$

15. Установите соответствие между теоремой/леммой и её содержанием:


Теорема Фишера | А. Распределение выборочной дисперсии и независимость  $\bar{X}$  и  $S^2$  для норм. выборки

Факторизационная теорема Неймана-Фишера | Б. Критерий достаточности статистики

Лемма Неймана-Пирсона | В. Построение НМ критерия для простых гипотез через отношение правдоподобия

#### Задания открытого типа (16–25)


16. Дайте определения генеральной совокупности и выборки. Что такое репрезентативная (случайная) выборка и какие требования к ней предъявляются в математической статистике?
17. Сформулируйте свойства оценок максимального правдоподобия (согласованность, асимптотическая нормальность, эффективность). Как строится функция правдоподобия для независимой выборки?
18. Что такое доверительный интервал и доверительная вероятность? Как правильно интерпретировать результат построения 95% доверительного интервала для математического ожидания нормальной совокупности с неизвестной дисперсией?
19. Опишите постановку задачи проверки статистической гипотезы. Дайте определения нулевой и альтернативной гипотез, уровня значимости, критической области и наблюдаемого значения статистики.
20. Сформулируйте лемму Неймана-Пирсона. В каких условиях она применяется, какой вид имеет критическая область и что такое отношение правдоподобия?
21. Запишите статистику критерия согласия Пирсона ( $\chi^2$ ). Укажите условия его применимости (правило группировки, минимальные частоты, число степеней свободы) и как принимается решение о согласии гипотез.
22. Сформулируйте теорему Гаусса-Маркова. Перечислите предпосылки классической линейной регрессионной модели и объясните, почему МНК-оценки считаются оптимальными в классе линейных несмещенных оценок.
23. Что такое эмпирическая функция распределения  $F_n(x)$ ? Сформулируйте

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 9 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____


теорему Гливенко-Кантелли и объясните её роль в обосновании первичной обработки наблюдений.

24. Опишите метод моментов для нахождения точечных оценок параметров. Приведите пошаговый алгоритм и покажите, как найти оценки  $\mu$  и  $\sigma^2$  для нормального распределения  $N(\mu, \sigma^2)$ .
25. Что такое гомоскедастичность и гетероскедастичность остатков в регрессионном анализе? Как нарушение этого свойства влияет на свойства МНК-оценок и какие методы диагностики или коррекции существуют?

№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
<b>Задания закрытого типа (1–10)</b>		
1	а) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
2	б) Несмещенность	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
3	б) в 95% случаев интервал, построенный по выборке, накроет истинное значение $\theta$	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
4	б) отклонении верной нулевой гипотезы	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
5	в) хи-квадрат	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
6	б) наилучшими линейными несмещенными оценками (BLUE)	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
7	б) Минимальный уровень значимости, при котором $H_0$ отвергается	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 10 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

8	б) $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
9	б) равномерно наиболее мощного критерия для простой гипотезы	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
10	б) ступенчатой функцией, скачки которой равны $1/n$ в точках выборки	<b>1 балл:</b> выбран верный вариант. <b>0 баллов:</b> выбран неверный вариант.
<b>Задания на соответствие (11–15)</b>		
11	1-Б, 2-А, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
12	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
13	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
14	1-Б, 2-А, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более ошибок.
15	1-А, 2-Б, 3-В	<b>2 балла:</b> все пары сопоставлены верно. <b>1 балл:</b> допущена одна ошибка. <b>0 баллов:</b> две и более

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)		
	Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 11 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

<b>Задания открытого типа (16–25)</b>		ошибок.
16	<p>Генеральная совокупность — множество всех возможных наблюдений. Выборка — подмножество наблюдений. Репрезентативная — случайная, независимая, одинаково распределенная (i.i.d.), отражающая свойства генеральной совокупности.</p>	<p><b>2 балла:</b> даны точные определения, указаны требования к выборке.  <b>1 балл:</b> определения верные, но требования неполны.  <b>0 баллов:</b> ответ неверен или отсутствует.</p>
17	<p>Функция правдоподобия <math>L(\theta) = \prod f(x_i; \theta)</math>.          Свойства: согласованность, асимптотическая нормальность, асимптотическая эффективность (достигает границы Рао-Крамера), инвариантность.</p>	<p><b>2 балла:</b> записана функция, перечислены ключевые асимптотические свойства.  <b>1 балл:</b> упущены свойства или неточно описана функция.  <b>0 баллов:</b> ответ неверен.</p>
18	<p>ДИ <math>(L, U): P(L \leq \theta \leq U) = \gamma</math>. Для <math>N(\mu, \sigma^2)</math> при неизвестной <math>\sigma</math>: <math>\bar{X} \pm t_{\gamma, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}</math>. Интерпретация: при многократном повторении 95% таких интервалов покроют <math>\mu</math>.</p>	<p><b>2 балла:</b> дана формула, корректно объяснена частотная интерпретация.  <b>1 балл:</b> формула верна, интерпретация неточна.  <b>0 баллов:</b> ответ неверен.</p>
19	<p><math>H_0</math> — основная гипотеза, <math>H_1</math> — альтернативная. Уровень значимости <math>\alpha = P(\text{отклонить } H_0 \mid H_0 \text{ верна})</math>. Критическая область — множество значений статистики, при которых <math>H_0</math> отвергается.</p>	<p><b>2 балла:</b> даны все определения, объяснена связь <math>\alpha</math> и критической области.  <b>1 балл:</b> пропущено одно определение или связь неясна.  <b>0 баллов:</b> ответ неверен.</p>
20	<p>Лемма: НМ критерий для <math>H_0: \theta = \theta_0</math> vs</p>	<p><b>2 балла:</b> сформулирована лемма, записано отношение правдо-</p>



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Миасский филиал  
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика»  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»


Версия документа - 1

стр. 12 из 19

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	$H_1: \theta = \theta_1$ имеет вид $\Lambda(x) = \frac{L(x \vee \theta_1)}{L(x \vee \theta_0)} > k$ . Критическая область задается отношением правдоподобия.	подобия, описана критическая область. <b>1 балл:</b> лемма верна, но формула или описание неполны. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
21	$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ . Условия: $E_i \geq 5$ , группировка интервалов, $df = k - 1 - r$ . $H_0$ принимается, если $\chi_{набл}^2 < \chi_{\alpha, df}^2$ .	<b>2 балла:</b> записана формула, указаны условия и правило принятия решения. <b>1 балл:</b> формула верна, условия неполны. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
22	Теорема: при $E[\varepsilon] = 0$ , $Var(\varepsilon) = \sigma^2 I$ , линейности и отсутствии мультиколлинеарности, МНК-оценки являются BLUE. Оптимальность — минимальная дисперсия в классе линейных несмещенных оценок.	<b>2 балла:</b> сформулирована теорема, перечислены предпосылки, объяснен смысл BLUE. <b>1 балл:</b> упущены предпосылки или объяснение. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
23	$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum I(X_i \leq x)$ . Теорема Гливленко-Кантелли: $\int_x  F_n(x) - F(x)  \xrightarrow{a.s.} 0$ при $n \rightarrow \infty$ . Обосновывает использование выборочных характеристик для оценки теоретических.	<b>2 балла:</b> дана формула, сформулирована теорема, объяснена её роль. <b>1 балл:</b> пропущено обоснование роли. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
24	Метод моментов: приравнивание выборочных моментов к теоретическим $\frac{1}{n} \sum X_i^k = E[X^k]$ . Для $N(\mu, \sigma^2)$ : $\hat{\mu} = \bar{X}$ , $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2$ .	<b>2 балла:</b> описан алгоритм, приведены корректные оценки для норм. распределения. <b>1 балл:</b> алгоритм верен, оценки неточны. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
25	Гомоскедастичность: $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ (постоянна). Гетероскедастичность: дисперсия зависит от $X$ . Нарушает эффективность МНК, стандартные ошибки искажаются. Диагностика: тест Бреуша-Пагана, Уайта. Коррекция: WLS,	<b>2 балла:</b> даны определения, описано влияние на МНК и методы коррекции. <b>1 балл:</b> описано только

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 13 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

	робастные ошибки.	одно из трёх. <b>0 баллов:</b> ответ неверен.
--	-------------------	--

Набрано баллов	Процент выполнения	Оценка по шкале ФОС (Зачёт)	Уровень сформированности ОПК-1
36–40	90–100%	<b>зачтено</b>	Продвинутый
30–35	75–89%	<b>зачтено</b>	Базовый
24–29	60–74%	<b>зачтено</b>	Пороговый
0–23	<60%	<b>не зачтено</b>	Компетенции не сформированы

## Контрольная работа №1 «Основные понятия математической статистики»

### Вариант 1.

Дано распределение признака  $X$  – числа сделок на фондовой бирже за квартал.  $N = 400$  (инвесторов)

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_i$	146	97	73	34	23	1	6	3	4	2	2

#### Задача 1.

Найти среднюю арифметическую  $x_{cp}$

**Ответ:**  $x_{cp} = 1,535$ .

#### Задача 2.

Найти моду  $M_o$  и медиану  $M_e$ .

**Ответ:**  $M_o = 0$ ,  $M_e = 1$ .

#### Задача 3.

Найти дисперсию  $s^2$  среднеквадратическое отклонение  $s$  и коэффициент вариации  $v$ .

**Ответ:**  $s^2 = 3,378$ ;  $s = 1,838$ ;  $v = 119,7\%$


#### Задача 4.

Найти коэффициент асимметрии  $A$  и эксцесс  $E$ .

**Ответ:**  $A = 1,80$ ;  $E = 3,97$ .

### Вариант 2.

Дано распределение признака  $X$  – месячного дохода жителей региона (в рублях);  $N=1000$  (жителей).

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 14 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

$x_i$	Менее 500	500 – 1000	1000 – 1500	1500 – 2000	2000 – 2500	Свыше 2500
$n_i$	58	96	239	328	147	132

### Задача 1.

Найти среднюю арифметическую  $x_{cp}$

**Ответ:**  $x_{cp} = 1653$  руб.

### Задача 2.

Найти моду  $M_o$  и медиану  $M_e$ .

**Ответ:**  $M_o = 1750$  руб.,  $M_e = 1750$  руб.

### Задача 3.

Найти дисперсию  $s^2$  среднее квадратическое отклонение  $s$  и коэффициент вариации  $v$ .

**Ответ:**  $s^2 = 445591$ ;  $s = 667,5$  руб.;  $v = 40,4\%$

### Задача 4.

Найти начальные и центральные моменты 1-го и 2-го порядков

**Ответ:**  $n_1 = x_{cp} = 1653$ ;  $n_2 = 317800$ ;  $m_1 = 0$ ;  $m_2 = s^2 = 445591$

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

## 4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ


### 4.1. Порядок проведения и содержание оценочных средств промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачёта в 6 семестре. Зачёт проходит в два этапа.

На первом этапе студент письменно решает одну задачу и отвечает на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.


На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к зачёту и типовыми задачами.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 15 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

### База вопросов

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильный ответ*	Код контроли- руемой компе- тенции
<i>Раздел 1. Основные понятия математической статистики</i>			
1	Статистическая структура. Выборка. Выборочные моменты, их асимптотические свойства. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Оценивание плотности распределения. Гистограмма.	[Л 1.2], с.267-284	ОПК-1
2	Исключение грубых ошибок наблюдений. Первичная обработка наблюдений.	[Л 1.2], с.267-284	
<i>Раздел 2. Точечное оценивание</i>			
3	Определение статистики. Несмещенность, состоятельность, оптимальность и робастность оценок. Метод моментов. Оценки математического ожидания и дисперсии. Свойства оценок, полученных по методу моментов.	[Л 1.2], с.286-305	ОПК-1
4	Оптимальные оценки. Критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера.	[Л 1.2], с.305-308	ОПК-1
5	Достаточные статистики. Факторизационная теорема Неймана-Фишера.	[Л 1.2], с.308	ОПК-1
6	Полные статистики. Функция правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия и их свойства.	[Л 1.2], с.294-296	ОПК-1
<i>Раздел 3. Интервальное оценивание</i>			
7	Интервальное оценивание. Теорема Фишера.	[Л 1.2], с.308-316	ОПК-1
8	Построение доверительных интервалов с помощью центрированной случайной величины и распределения точечной оценки.	[Л 1.2], с.316-326	ОПК-1
<i>Раздел 4. Проверка статистических гипотез</i>			
9	Проверка статистических гипотез. Постановка задачи. Уровень значимости. Ошибки первого, второго рода. Состоятельность критерия. Равномерно наиболее мощные критерии.	[Л 1.2], с.330-335	ОПК-1
10	Лемма Неймана-Пирсона.	[Л 1.2], с.335-337	ОПК-1
11	Статистические выводы о параметрах нормального распределения.	[Л 1.2], с.339-345	ОПК-1
12	Критерии согласия хи-квадрат и Колмогорова.	[Л 1.2], с.358-366	ОПК-1

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 16 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

<i>Раздел 5. Линейные статистические модели</i>			
13	Линейные статистические модели Линейная регрессионная модель. Метод наименьших квадратов.	[Л 1.2], с.439-441	ОПК-1
14	Теорема Гаусса-Маркова.	[Л 2.3], с.441, 458	ОПК-1

\* Правильный ответ приведен на указанной странице в указанном источнике из списка литературы в РПД.

### Перечень типовых задач

№ п/п	Формулировка задачи	Решение/ответ	Код контролируемой компетенции																								
1	Дано распределение признака $X$ – числа сделок на фондовой бирже за квартал. $N = 400$ (инвесторов) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x_i</math></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">9</td> <td style="text-align: center;">10</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>n_i</math></td> <td style="text-align: center;">146</td> <td style="text-align: center;">97</td> <td style="text-align: center;">73</td> <td style="text-align: center;">34</td> <td style="text-align: center;">23</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> </table> Найти: среднюю арифметическую $x_{cp}$ , моду $Mo$ и медиану $Me$	$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$n_i$	146	97	73	34	23	10	6	3	4	2	2	$x_{cp} = 1,535$ $Mo = 0$ $Me = 1$	ОПК-1
$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																
$n_i$	146	97	73	34	23	10	6	3	4	2	2																
2	Для контроля срока службы электроламп из большой партии было отобрано 17 электроламп. В результате испытания оказалось, что средний срок службы отобранных ламп равен 980 ч, а среднее квадратическое отклонение их срока службы — 18 ч. Необходимо определить: а) вероятность того, что средний срок службы ламп во всей партии отличается от среднего срока службы отобранных для испытания ламп не более чем на 8 ч. (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключён средний срок службы ламп во всей партии.	а) $P(X \leq 8ч) = 0,906$ б) $970,5 \leq x_{cp} \leq 989,5$	ОПК-1																								
3	В рекламе утверждается, что месячный доход по акциям А превышает доход по акциям В более чем на 0,3% (или на 0,003). В течение годового периода средний месячный доход по акциям В составил 0,5%, а по акциям А – 0,65%, а его средние квадратические отклонения соответственно 1,9 и 2,0%. Полагая распределение доходности по каждой акции нормальными, на уровне значимости 0,05 проверить утверждение, содержащееся в рекламе.	Утверждение в рекламе противоречит имеющимся данным, т. к. $T = 0,18 > t_{0,9;22} = 1,72$	ОПК-1																								

### Образец билета к зачёту:

**ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»**

**Миасский филиал**


**Кафедра прикладной математики**

Направление «Прикладная математика и информатика»

Дисциплина «Теория вероятностей»

**Билет №5**

1. Исключение грубых ошибок наблюдений. Первичная обработка наблюдений.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)		
	Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 17 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

2. Оптимальные оценки. Критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера.  
 3. В таблице приведено распределение 50 рабочих по производительности труда  $X$  (единиц за смену), разделённых на две группы: 30 и 20 человек.

	Прошедшие техническое обучение (группа 1)					Не прошедшие техническое обучение (группа 2)				
$x_i$	85	34	96	102	103	63	69	83	89	106
$n_i$	2	5	11	8	4	2	6	8	3	1


Вычислить общие и групповые средние и дисперсии и убедиться в справедливости правила сложения дисперсий.

Преподаватель  
 Зав. кафедрой прикладной математики

А.С.Воронин  
 Е.В. Дутикова

#### 4.2. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1	<i>Знает</i> асимптотические свойства выборочных моментов, свойства оценок, полученных по методу моментов, критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера, теорему Неймана-Фишера, лемму Неймана-Пирсона, теорему Гаусса-Маркова.	Свободно оперирует понятиями, терминами, точно формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями; знает асимптотические свойства выборочных моментов, свойства оценок, полученных по методу моментов, критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера, теорему Неймана-Фишера, лемму Неймана-Пирсона, теорему Гаусса-Маркова.	Уверенно оперирует понятиями, терминами, формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями; знает асимптотические свойства выборочных моментов, свойства оценок, полученных по методу моментов, критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера, теорему Неймана-Фишера, лемму Неймана-Пирсона, теорему Гаусса-Маркова.	Частично владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует некоторые определения и теоремы, не четко понимает взаимосвязь между понятиями; частично знает асимптотические свойства выборочных моментов, свойства оценок, полученных по методу моментов, критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера, теорему Неймана-Фишера, лемму Неймана-Пирсона, теорему Гаусса-Маркова.	Не владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует или не формулирует определения и теоремы, не понимает взаимосвязь между понятиями; не знает асимптотические свойства выборочных моментов, свойства оценок, полученных по методу моментов, критерий и признак эффективной оценки Рао-Крамера, теорему Неймана-Фишера, лемму Неймана-Пирсона, теорему Гаусса-Маркова.
	<i>Умеет</i> оценивать плотности распределения, строить доверительные интервалы, проверять статистические гипотезы,	Применяет теорию для решения задач, может обосновать решение; умеет оценивать плотности распределения,	Применяет теорию для решения задач, может обосновать решение; решает некоторые задачи на	Затрудняется в применении теории для решения задач, задачи решает, но не	Не может применять теорию для решения задач, не может обосновать решение или решить задачу; не умеет оценивать плотности

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 18 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

проверять состоятельность критерия, работать с критериями согласия хи-квадрат и Колмогорова.	строить доверительные интервалы, проверять статистические гипотезы, проверять состоятельность критерия, работать с критериями согласия хи-квадрат и Колмогорова.	построение доверительных интервалов, проверку статистических гипотез, проверку состоятельности критерия, работу с критериями согласия хи-квадрат и Колмогорова.	может обосновать решение; решает с подсказкой некоторые задачи на построение доверительных интервалов, проверку статистических гипотез, проверку состоятельности критерия, работу с критериями согласия хи-квадрат и Колмогорова.	распределения, строить доверительные интервалы, проверять статистические гипотезы, проверять состоятельность критерия, работать с критериями согласия хи-квадрат и Колмогорова.
<i>Владеет</i> навыками первичной обработки наблюдений, оценки математического ожидания и дисперсии, использования оценок максимального правдоподобия.	Владеет навыками первичной обработки наблюдений, оценки математического ожидания и дисперсии, использования оценок максимального правдоподобия	Частично владеет навыками первичной обработки наблюдений, оценки математического ожидания и дисперсии, использования оценок максимального правдоподобия	Слабо владеет навыками первичной обработки наблюдений, оценки математического ожидания и дисперсии, использования оценок максимального правдоподобия	Не владеет навыками первичной обработки наблюдений, оценки математического ожидания и дисперсии, использования оценок максимального правдоподобия


#### 4.3. Критерии оценивания зачёта

Письменный и письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины оценивается положительно с выставлением оценки **«зачтено»** в следующем случае: студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, возможно, допускает неточности и несущественные ошибки в определении понятий, формулировке положений, не допускает или допускает незначительные ошибки в решении задач.

Оценка **«незачтено»** за письменный и письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины выставляется в случаях, когда: студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов.

#### 4.4. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	зачтено

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 19 из 19	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Базовый	зачтено
Пороговый	зачтено
компетенции не сформированы	не зачтено

### Уровни формирования компетенций:

#### 1. Пороговый уровень:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание базовых терминов, основных понятий и теорем математической статистики;
- студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины, использовать базовые термины; решать основные задачи математической статистики.

#### 2. Базовый уровень:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется понимание определений и теорем математической статистики с доказательствами;
- студент способен решать более сложные задачи математической статистики, умеет доказывать основные положения теории.

#### 3. Продвинутый уровень:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируется знание системы терминов, межпредметные связи; понимание доказательств основных теорем математической статистики;
- студент способен использовать систему научных понятий математической статистики, решать задачи на доказательство утверждений математической статистики, применять теоретические положения для решения практических задач математической статистики.