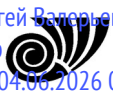


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.06.2026 09:22:34
Уникальный программный ключ:
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e8776163



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	-------------	------------------------	---------------

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

Интегральные уравнения

Направление подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
*Методы математического моделирования
в ракетно-космической технике*

Присваиваемая квалификация
магистр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

01.04.02 Прикладная математика и информатика, Методы математического моделирования в ракетно-космической технике, Интегральные уравнения, 2026, очная

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.В. Дутикова

Структура фонда оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27.09.2022 г. № 573-1 «Об утверждении шаблонов документов».



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 3 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	4
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	6
3.1 Виды оценочных средств.....	6
3.2 Содержание оценочных средств.....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации.	22
4.1 Порядок проведения промежуточной аттестации.....	22
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	25
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций..	27



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 4 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: Методы математического моделирования в ракетно-космической технике

Дисциплина: Интегральные уравнения

Семестр изучения: 1

Форма промежуточной аттестации: экзамен

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции и согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1. Имеет представление об основных подходах к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики ОПК-1.2. Демонстрирует умение применять математический аппарат для решения задач ОПК-1.3. Имеет	<i>Знать</i> основные понятия функционального анализа: функциональные пространства, свойства операторов и применение теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач. <i>Уметь</i> решать задачи на применение метрики, нормы и скалярного произведения, на установление сходимости последовательностей в метрических, нормированных и гильбертовых пространствах; исследовать свойства операторов <i>Владеть</i> навыками решения



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 5 из 17

Первый экземпляр _____


КОПИЯ № _____

		навыки выбора подходящих методов решения задач фундаментальной и прикладной математики	интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.
--	--	--	--

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Метрические пространства	ОПК-1 <i>знать</i> основные функциональные и метрические пространства; понятие сжимающего оператора и принцип сжимающих отображений; <i>уметь</i> решать задачи на вычисление расстояния в метрических пространствах; исследовать отображение на сжимаемость и применять принцип сжимающих отображений для решения уравнений; <i>владеть</i> навыками исследования последовательностей на сходимость в метрических пространствах; навыками использования математических экспертных систем для приближенного решения интегральных уравнений с помощью принципа сжимающих отображений.	Контрольная работа, тест	Вопросы к экзамену
2	Нормированные пространства	ОПК-1 <i>знать</i> аксиомы нормы и способы определения нормы в различных функциональных пространствах; <i>уметь</i> вычислять нормы в различных функциональных пространствах и записывать неравенства Гёльдера и Коши-Буняковского; <i>владеть</i> навыками проверки выполнения аксиом нормы, проверки принадлежности функции шару в нормированном пространстве.	Контрольная работа, тест	Вопросы к экзамену
3	Гильбертовы пространства	ОПК-1 <i>знать</i> аксиомы скалярного произведения и способы определения скалярного произведения в различных функциональных пространствах; понятия ортогональности, ортонормированной системы и ортонормированного базиса в пространстве со скалярным произведением; <i>уметь</i> вычислять скалярное произведение и угол,	Контрольная работа, тест	Вопросы к экзамену

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»		
Версия документа - 1	стр. 6 из 17	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

		проверять ортогональность элементов в различных пространствах со скалярным произведением; <i>владеть</i> навыками выполнения процесса ортогонализации.		
4	Линейные операторы	ОПК-1 <i>знать</i> определение и свойства линейного, непрерывного, обратного операторов, определение нормы линейного оператора, критерии обратимости; <i>уметь</i> исследовать операторы на линейность, непрерывность и обратимость; <i>владеть</i> навыками вычисления и оценки нормы линейного оператора.	Контрольная работа, тест	Вопросы экзамену к
5	Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра	ОПК-1 <i>знать</i> понятия собственных чисел и собственных функций оператора, симметричного оператора; <i>уметь</i> находить собственные числа и собственные функции операторов, исследовать операторы на симметричность; <i>владеть</i> навыками решения интегральных уравнений Фредгольма 2 рода; навыками решения интегральных уравнений Вольтерра.	Контрольная работа, тест	Вопросы экзамену к

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

3.2 Порядок проведения текущей аттестации и содержание оценочных средств

Тестовые задания для промежуточной аттестации

Часть 1. Открытые вопросы (10 заданий)

№ Формулировка задания

- 1 Дайте определение метрического пространства. Приведите три примера метрических пространств и проверьте выполнение аксиом метрики для одного из них.
- 2 Сформулируйте принцип сжимающих отображений (теорему Банаха). Как он применяется для доказательства существования и единственности решения интегральных уравнений?
- 3 Запишите аксиомы нормы в линейном пространстве. Докажите неравенство треугольника для нормы в пространстве $L^2[a, b]$ с использованием неравенства Коши-Буняковского.
- 4 В чём заключается отличие нормированного пространства от гильбертова пространства? Сформулируйте равенство параллелограмма и поясните его роль как критерия гильбертовости.



Версия документа - 1	стр. 7 из 17	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------------	------------------------	---------------

№ Формулировка задания

5 Опишите процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Примените его к системе функций $1, x, x^2$ на отрезке $[-1, 1]$ со стандартным скалярным произведением

$$(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx.$$

6 Дайте определение линейного оператора и его нормы. Докажите эквивалентность непрерывности и ограниченности линейного оператора в нормированных пространствах.

7 Что такое собственные числа и собственные функции линейного интегрального оператора? Запишите спектральную задачу для оператора Фредгольма с симметрическим ядром и укажите свойства спектра.

8 В чём состоит различие между интегральными уравнениями Фредгольма и Вольтерра? Запишите их канонический вид и приведите примеры прикладных задач, сводящихся к каждому типу.

9 Опишите метод последовательных приближений (метод итераций Пикара) для решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода. Сформулируйте достаточное условие сходимости метода.

10 Что такое вырожденное ядро интегрального уравнения? Покажите, как решение уравнения Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром $K(t, s) = \sum_{i=1}^n a_i(t)b_i(s)$ сводится к системе линейных алгебраических уравнений.

Часть 2. Закрытые вопросы (выберите один правильный ответ) (10 заданий)

№ Формулировка задания

Варианты ответов

11 Какая из перечисленных функций НЕ может служить метрикой на множестве R ?

а) $d(x, y) =$

12 Равенство $|x+y|^2 + |x-y|^2 = 2(|x|^2 + |y|^2)$ является:

а) определением нормы;
б) неравенством Коши-Буняковского;
в) равенством параллелограмма;
г) условием сжимаемости оператора

13 Оператор A называется сжимающим, если существует $q \in$ такое, что для любых x, y :

а) $|Ax| \leq q|x|$;
б) $\rho(Ax, Ay) \leq q\rho(x, y)$;
в) $|A(x+y)| = |Ax| + |Ay|$;
г) $\rho(Ax, 0) \leq q\rho(x, 0)$

14 Норма интегрального оператора Фредгольма $(Kx)(t) = \int_a^b K(t, s)x(s)ds$ в пространстве $C[a, b]$ оценивается сверху величиной:

а) $\max\{t, s\}$

15 Уравнение $x(t) = f(t) + \lambda \int_a^b K(t, s)x(s)ds$ называется:

а) Фредгольма 1-го рода; б) Фредгольма 2-го рода; в) Вольтерра 1-го рода; г) Вольтерра 2-го рода



Версия документа - 1	стр. 8 из 17	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------------	------------------------	---------------

- | № | Формулировка задания | Варианты ответов |
|----|--|---|
| 16 | Ядро $K(t, s)$ называется симметрическим (в вещественном случае), если: | а) $K(t, s) = K(s, t)$; б) $K(t, s) = -K(s, t)$; в) $K(t, s) = K(t, t)$; г) $K(t, s) = 0$ при $t = s$ |
| 17 | Какая из систем функций ортогональна на отрезке $[0, 2\pi]$? | а) $1, x, x^2, \dots$; б) $\sin nx, \cos nx_{n=1}^{\infty}$; в) e^x, e^{2x}, \dots ; г) $1, \ln x, \ln^2 x$ |
| 18 | Для сходимости метода последовательных приближений к решению уравнения Фредгольма 2-го рода в $C[a, b]$ достаточно выполнения условия: | а) \$ |
| 19 | Если линейный оператор A обратим, то его обратный оператор A^{-1} ограничен, если: | а) A симметричен; б) A компактен; в) A биективен и действует в банаховых пространствах (теорема Банаха); г) $ A = 1$ |
| 20 | Вырожденным ядром называется ядро вида: | а) $K(t, s) = \sum_{i=1}^n a_i(t)b_i(s)$; б) $K(t, s) = e^{-(t-s)^2}$; в) $K(t, s) = \sin(t+s)$; г) $K(t, s) = 1/(t-s)$ |

Часть 3. Задания на соответствие (5 заданий)

№ Задание

2 **Установите соответствие между типом пространства и его определяющим свойством:**

- | | |
|--|--|
| А) Метрическое пространство | — 1) Задана функция расстояния, удовлетворяющая аксиомам метрики |
| Б) Линейное нормированное пространство | — 2) Задана норма и линейные операции |
| В) Гильбертово пространство | — 3) Норма порождается скалярным произведением |
| Г) Банахово пространство | — 4) Полное нормированное линейное пространство |

2 **Установите соответствие между типом интегрального уравнения и его каноническим видом:**

- | | |
|-------------------------|---|
| А) Фредгольма 1-го рода | — 1) $\int_a^b K(t, s)x(s)ds = f(t)$ |
| Б) Фредгольма 2-го рода | — 2) $x(t) = f(t) + \lambda \int_a^b K(t, s)x(s)ds$ |
| В) Вольтерра 1-го рода | — 3) $\int_a^t K(t, s)x(s)ds = f(t)$ |
| Г) Вольтерра 2-го рода | — 4) $x(t) = f(t) + \lambda \int_a^t K(t, s)x(s)ds$ |

2 **Установите соответствие между понятием и его математической формулировкой:**

- А) Неравенство Коши-Буняковского — 1) \$

2 **Установите соответствие между свойством оператора и его определением:**

- 4 А) Линейность — 1) $A(\alpha x + \beta y) = \alpha Ax + \beta Ay$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
 по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
 моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1	стр. 9 из 17	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------------	------------------------	---------------

№ Задание

- Б) Ограниченность — 2) $\exists M > 0: |Ax| \leq M|x|$
 В) Симметричность — 3) $(Ax, y) = (x, Ay)$
 Г) Компактность — 4) Переводит ограниченные множества в предкомпактные
- 2 **Установите соответствие между методом решения и его характеристикой:**
- 5 А) Метод последовательных приближений — 1) Применим при сжимающем операторе, конструктивно доказывает существование решения
 Б) Метод вырожденных ядер — 2) Сводит интегральное уравнение к системе линейных алгебраических уравнений
 В) Метод Галёркина — 3) Проецирует уравнение на конечномерное подпространство, требует ортогональности невязки
 Г) Теория Фредгольма (резольвента) — 4) Использует ряд Неймана и аналитическое продолжение, основана на свойствах определителя Фредгольма

Ключи к тесту и критерии оценивания

№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
1	Метрика $\rho(x, y)$: неотрицательность, симметрия, тождество неразличимых, неравенство треугольника. Примеры: R^n с евклидовой/манхэттенской/чебышевской метрикой, $C[a, b]$, L^2 . Доказательство аксиом для выбранного примера.	2 балла: определение + 3 примера + корректное доказательство; 1 балл: определение + примеры без доказательства/с ошибкой; 0 баллов: неверно
2	Теорема Банаха: в полном метрическом пространстве сжимающее отображение имеет единственную неподвижную точку. Применение: интегральный оператор K записывается как $Tx = f + \lambda Kx$. При малом λ	λ
3	Аксиомы: $ x \geq 0$, $ x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, $ \alpha x =$	$ \alpha x $
4	Нормированное: есть норма. Гильбертово: норма порождается скалярным произведением. Равенство параллелограмма необходимо и достаточно для существования скалярного произведения, порождающего данную норму.	2 балла: различие + формулировка + роль критерия; 1 балл: только различие/критерий; 0 баллов: неверно
5	Процесс: $u_1 = \varphi_1$, $e_1 = u_1/ u_1 $; $u_k = \varphi_k - \sum_{i=1}^{k-1} (\varphi_k, e_i) e_i$, $e_k = u_k/ u_k $. Для	2 балла: алгоритм + корректные вычисления для трёх функций; 1 балл: алгоритм без вычислений/ошибка в одном



№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
6	<p>1, x, x^2 на $[-1, 1]$: $e_1 = 1/\sqrt{2}$, $e_2 = \sqrt{3/2}x$, $e_3 = \sqrt{5/8}(3x^2 - 1)$ (полиномы Лежандра).</p> <p>Линейный: $A(\alpha x + \beta y) = \alpha Ax + \beta Ay$.</p> <p>Норма: $A _{\square} x = 1 Ax$.</p> <p>Доказательство эквивалентности: ограниченность \Rightarrow липшицевость \Rightarrow непрерывность; непрерывность в 0 \Rightarrow ограниченность на шаре \Rightarrow глобальная ограниченность.</p>	<p>многочлене; 0 баллов: неверно</p> <p>2 балла: определения + логичное доказательство эквивалентности; 1 балл: только определения/доказательство с пробелами; 0 баллов: неверно</p>
7	<p>Собственные числа λ и функции $\varphi \neq 0$:</p> $K\varphi = \lambda\varphi. \text{ Задача: } \int_a^b K(t, s)\varphi(s) ds = \lambda\varphi(t).$ <p>Для симметрического ядра: спектр вещественный, собственные функции ортогональны, собственные значения образуют счётное множество, сходящееся к 0.</p>	<p>2 балла: определение + задача + свойства спектра; 1 балл: определение + задача без свойств; 0 баллов: неверно</p>
8	<p>Фредгольма: пределы интегрирования постоянны $[a, b]$. Вольтерра: верхний предел переменный t. Примеры: Фредгольма — задачи теории упругости, стационарные тепловые поля; Вольтерра — задачи с памятью, нестационарная теплопроводность, кинетика.</p>	<p>2 балла: различие + канонический вид + примеры; 1 балл: только различие/вид; 0 баллов: неверно</p>
9	<p>Итерации: $x_0(t) = f(t)$,</p> $x_{n+1}(t) = f(t) + \lambda \int_a^b K(t, s)x_n(s) ds.$ <p>Условие сходимости: $\lambda (b-a) \max K(t, s) < 1$ (или норма оператора 1). Доказательство через принцип сжимающих отображений.</p>	<p>2 балла: алгоритм + условие + обоснование; 1 балл: алгоритм без условия/с ошибкой; 0 баллов: неверно</p>
10	<p>Вырожденное: $K(t, s) = \sum a_i(t)b_i(s)$.</p> <p>Подстановка в ИУ даёт $x(t) = f(t) + \lambda \sum a_i(t) \int b_i(s)x(s) ds$.</p> <p>Положим $c_i = \int b_i(s)x(s) ds$. Тогда $x(t) = f(t) + \lambda \sum c_i a_i(t)$. Умножаем на $b_k(t)$ и интегрируем: $c_k = \int b_k f + \lambda \sum c_i \int b_k a_i$.</p> <p>СЛАУ для c_i.</p>	<p>2 балла: определение + корректный вывод СЛАУ; 1 балл: определение без вывода/ошибка в СЛАУ; 0 баллов: неверно</p>



№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
11	в) $d(x, y) = (x - y)^2$	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
12	в) равенством параллелограмма	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
13	б) $\rho(Ax, Ay) \leq q\rho(x, y)$	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
14	б) $(b - a) \max_{t,s} K(t, s) $	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
15	б) уравнением Фредгольма 2-го рода	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
16	а) $K(t, s) = K(s, t)$	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
17	б) $\sin nx, \cos nx_{n=1}^{\infty}$	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
18	б) λ	λ
19	в) A биективен и задан в банаховых пространствах	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
20	а) $K(t, s) = \sum_{i=1}^n a_i(t) b_i(s)$	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
21	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
22	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
23	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
24	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
25	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок

Шкала оценивания

Сумма баллов	Оценка	Уровень освоения компетенций
36–40	Отлично (5)	Продвинутый
28–35	Хорошо (4)	Базовый
20–27	Удовлетворительно (3)	Пороговый
0–19	Неудовлетворительно (2)	Компетенции не сформированы

3.2.1 Задачи для контрольной работы



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
 по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
 моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 12 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

№ п/п	Формулировка задачи	Решение/ответ	Код контролируемой компетенции
1	Дана ортонормированная система $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$ в пространстве со скалярным произведением. Найти расстояние между элементами x и $y = 3(e_{56} - e_{65}) - e_{41}$.	$\rho(x, y) = 35$	ОПК-1
2	Доказать линейность и ограниченность оператора A , если $A : L_2[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, и найти его норму.	$\ A\ = 1$	ОПК-1
3	Записать неравенство треугольника в пространстве $L_3[0, 1]$ и убедиться, что оно выполняется для данных функций $x(t) = 1 - t$ и $y(t) = 1 + t$.		ОПК-1
4	Вычислить в пространстве l_2 скалярное произведение последовательностей $x = (\frac{1}{1}, \frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \dots)$ и $y = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6}, \dots)$.	$(x, y) = \frac{3}{4}$	ОПК-1
5	Существует ли обратный для оператора $Ax = (x_1, x_2^{1/3}, x_3^{1/5}, \dots)$, $x \in C$? Если A^{-1} существует, то найти его.	да	ОПК-1
6	Найти расстояние между функциями $x(t) = 9 - \frac{16}{t+2}$ и $y(t) = t^2 + 4t - 2$ в пространстве $C[-1, 1]$.		ОПК-1
7	Сходится ли последовательность $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$ в пространстве $C[0, 1]$?	да	ОПК-1
8	Определить, принадлежит ли функция $x(t) = e^t$ в пространстве $C[-1, 1]$ шару $B(x_0, 2)$, где $x_0(t) = t$.	да	ОПК-1
9	Проверить, является ли дифференциальный оператор $Ax(t) = (\cos t)\ddot{x} - (\sin t)\dot{x} + e^t x$, где $A : L_2[0, 1] \rightarrow L_2[0, 1]$, симметричным на своей области определения, состоящей из дважды непрерывно дифференцируемых функций,	нет	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 13 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	удовлетворяющих условию $x(1)=0$.		
10	Найти собственные значения и собственные функции оператора $Ax = (3t + 1)x(t)$, если $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1]$.	Собственных значений и собственных функций нет	ОПК-1

3.3 Порядок проведения промежуточной аттестации и содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена в два этапа.

На первом этапе студент решает две задачи и отвечает на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к экзамену и типовыми задачами, билетами к экзамену.

3.3.1. База вопросов к экзамену

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильный ответ*	Код контролируемой компетенции
<i>Раздел 1 Метрические пространства</i>			
1	Метрика. Определение и примеры метрических пространств.	[Л 1.1], с. 10-21	ОПК-1
2	Определение и свойства сходящейся последовательности в метрическом пространстве.	[Л 1.1], с. 23-28	ОПК-1
3	Определение фундаментальной последовательности в метрическом пространстве.	[Л 1.1], с.27	ОПК-1
4	Определение сжимающего и непрерывного отображения. Критерий непрерывности отображения.	[Л 1.1], с.30	ОПК-1
5	Принцип сжимающих отображений. Применение принципа сжимающих отображений.	[Л 1.1], с.31-44 [Л 1.4], с.53-54	ОПК-1
<i>Раздел 2 Гильбертовы пространства</i>			
6	Определения линейного пространства, подпространства.	[Л 1.1], с.46-49	ОПК-1
7	Определения линейно независимой системы элементов, линейной оболочки. Размерность	[Л 1.1], с.49-52	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 14 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	линейного пространства.		
8	Определение и примеры линейных нормированных пространств (ЛНП). Банаховы пространства.	[Л 1.1], с.53-56	ОПК-1
9	Неравенства Гёльдера для сумм и для интегралов.	[Л 1.4], с.22-25	ОПК-1
10	Определение и примеры гильбертовых пространств.	[Л 1.1], с.59-64	ОПК-1
11	Непрерывность скалярного произведения. Критерий гильбертовости пространства (равенство параллелограмма).	[Л 1.4], с.151-152	ОПК-1
<i>Раздел 3 Линейные операторы</i>			
12	Определение линейного оператора. Операторы Фредгольма и Вольтерра.	[Л 1.1], с.100-104	ОПК-1
13	Непрерывные и ограниченные операторы, критерий непрерывности линейного оператора.	[Л 1.1], с.120-122	ОПК-1
14	Собственные числа и собственные функции линейных операторов.	[Л 1.1], с.111-113	ОПК-1
15	Интегральные уравнения Фредгольма 2 рода.		ОПК-1
16	Интегральные уравнения Вольтерра.		ОПК-1
33			ОПК-1

* Правильный ответ приведен на указанной странице в указанном источнике из списка литературы в РПД.

4. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1	Знать Знать основные понятия функционального анализа: функциональные пространства, свойства операторов и применение теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач.	Свободно оперирует понятиями, терминами, точно формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями; знает области применения теории линейных операторов и интегральных уравнений для	Уверенно оперирует понятиями, терминами, формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями; знает области применения теории линейных операторов и	Частично владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует некоторые определения и теоремы, не четко понимает взаимосвязь между понятиями; Знает некоторые области применения	Не владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует или не формулирует определения и теоремы, не понимает взаимосвязь между понятиями; не знает области применения теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач;



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 15 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	решения практических задач, приводит примеры;	интегральных уравнений для решения практических задач, приводит примеры;	теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач;	
<i>Уметь</i> решать задачи на применение метрики, нормы и скалярного произведения, на установление сходимости последовательностей в метрических, нормированных и гильбертовых пространствах; исследовать свойства операторов	Применяет теорию для решения задач, может обосновать решение; решает задачи на применение свойств операторов;	Применяет теорию для решения задач, может обосновать решение; решает некоторые задачи на применение свойств операторов;	Затрудняется в применении теории для решения задач, задачи решает, но не может обосновать решение; решает с подсказкой некоторые задачи на применение свойств операторов;	Не может применять теорию для решения задач, не может обосновать решение или решить задачу; не решает задачи на применение свойств операторов;
<i>Владеть</i> навыками решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.	Уверенно решает интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра	Решает с подсказкой интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра.	Решает некоторые интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра	Не решает интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра

4.2. Критерии оценивания экзамена

Письменный и письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины оценивается следующим образом:

"Отлично" – студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, решает соответствующие задачи, теоретические выводы подтверждает примерами. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения. Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения, утверждения теорем приведены с доказательствами, свободно оперирует понятиями, терминами; в ответе прослеживается чёткая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен литературным грамотным языком и носит самостоятельный характер; все решения задач выполнены верно.

"Хорошо" – ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; были допущены неточности в определении понятий, допущены незначительные



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 16 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

ошибки в решении задач, допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов экзаменатора.

"Удовлетворительно" – студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, наблюдается нарушение логики изложения; в ответе не присутствуют доказательные выводы; сформированность умений показана слабо, допущены незначительные ошибки в решении задач.

"Неудовлетворительно" – студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

4.3. **Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций**

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	отлично
Базовый	хорошо
Пороговый	удовлетворительно
компетенции не сформированы	неудовлетворительно

Уровни формирования компетенций:

1. Пороговый уровень:

1. предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание базовых терминов, основных понятий и теорем функционального анализа и интегральных уравнений;
2. студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины, использовать базовые термины; решать основные задачи функционального анализа в метрических пространствах, использовать основы теории операторов при решении интегральных уравнений.

2. Базовый уровень:

1. предполагает формирование компетенций на более высоком уровне:



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 17 из 17

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

формируется понимание определений и теорем функционального анализа с доказательствами;

2. студент способен решать более сложные задачи функционального анализа и интегральных уравнений, умеет доказывать основные положения теории.

3. Продвинутый уровень:

1. предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируется знание системы терминов, межпредметные связи; понимание доказательств основных теорем функционального анализа и интегральных уравнений;
2. студент способен использовать систему научных понятий функционального анализа и интегральных уравнений, решать задачи на доказательство утверждений функционального анализа, применять теоретические положения для решения практических задач вычислительной математики с использованием математических экспертных систем.