

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.06.2026 09:20:17
Уникальный программный ключ:
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e8776c1f7



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 1 из 2

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

по дисциплине

Расчет на прочность

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
Математическое моделирование

Присваиваемая квалификация
бакалавр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

**01.03.02 Прикладная математика и информатика, Математическое моделирование,
Расчет на прочность, 2026, очная**

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой


согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)


М.С. Синцов

**Структура фонда оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине
соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27.09.2022 г. № 573-1 «Об
утверждении шаблонов документов».**

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 3 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	4
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	6
3.1 Виды оценочных средств.....	6
3.2 Содержание оценочных средств.....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации. 22	22
4.1 Порядок проведения промежуточной аттестации.....	22
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	25
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций..	27

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)		
	Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 4 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль) Математическое моделирование

Дисциплина: Расчёт на прочность

Семестр (семестры) изучения: 6, 7


Форма (формы) промежуточной аттестации: 6 семестр — экзамен, 7 семестр — зачет

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Расчёт на прочность» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Имеет представление об известных математических моделях, применяемых для решения задач в области профессиональной деятельности. ОПК-3.2. Демонстрирует умения применять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач. ОПК-3.3. Имеет практический опыт применения и выполнения модификаций математических моделей для решения прикладных задач.	Знать методику расчета прочностных характеристик изделий РКТ Уметь применять методы расчета на прочность при решении прикладных задач Владеть навыками расчета на прочность
ПК-1	Способен к отработке прочностных, аэродинамических, теплофизических характеристик	ПК-1.1. Имеет представление о современных методах проведения расчетов параметров нагружения конструкций изделий, включая	Знать подходы к использованию универсальных конечно-элементных

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 5 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

	<p>изделий РКТ на основе современных пакетов прикладных программ, к математическому моделированию в области динамики, баллистики и управления полетом на базе современных компьютерных технологий</p>	<p>метод конечных элементов, основах теории теплопередачи, радиационного теплообмена, современных методах обработки данных, математических методах проведения баллистических расчетов, основах аэродинамики, методах проектирования ракет.</p> <p>ПК-1.2. Демонстрирует умение применять современные системы автоматизированного проектирования (САПР), в том числе: пакеты прикладных программ конечно-элементного анализа; пакеты прикладных программ для обработки экспериментальных данных, автоматизации эксперимента.</p> <p>ПК-1.3. Имеет практический опыт математического моделирования и применения пакетов прикладных программ для решения задач аэрогазодинамики, тепловой защиты, прочности, динамики движения в области РКТ.</p>	<p>программных комплексов для решения задач прочности</p> <p>Уметь пользоваться универсальными конечно-элементными программными комплексами для решения задач прочности в различных постановках</p> <p>Владеть инструментами универсальных конечно-элементных программных комплексов в части построения расчётных моделей и решения задач прочности</p>
--	---	--	---

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств*

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
	Раздел 1. Введение в расчёты прочности		Тест №1 См. приложение В.	
1.1	Задачи, понятия и методы сопротивления	ПК-1 Знает основные задачи и подходы		Вопросы к экзамену, задачи к экзамену



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	материалов	к расчёту прочности. Умеет обозначить приближения расчётной схемы. Владеет базовой методологией расчёта на прочность.		
	Раздел 2. Прочность стержневых конструкций		Тест №2 См. приложение В.	
2.1	Растяжение и сжатие стержня	ПК-1 знает выражения для нормальных напряжений и деформаций, умеет находить продольные силы в стержнях, владеет понятием модуля упругости материала.		Вопросы к экзамену, задачи к экзамену
2.2	Кручение стержня	ПК-1 знает выражения для касательных напряжений и деформаций, умеет строить расчётную модель для динамического решения и для анализа собственных форм колебаний конструкции, владеет базовыми параметрами динамического решателя.		Вопросы к экзамену, задачи к экзамену
2.3	Изгиб и сдвиг стержня	ПК-1 знает выражения		Вопросы к экзамену, задачи



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 7 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		связи внешней силы, сдвига и изгиба, умеет строить эпюры поперечных сил и моментов владеет методами расчёта напряжений в стержне.		к экзамену
2.4	Геометрические характеристики сечений стержня	ПК-1 знает выражения для геометрических характеристик сечений стержня, умеет определять геометрические характеристики сложных сечений, владеет понятиями центральных и главных осей сечения.		Вопросы к экзамену, задачи к экзамену
	Раздел 3. Прочность сложных и нелинейных систем		Тест №3 См. приложение В.	
3.1	Устойчивость систем	ПК-1 знает понятие потери устойчивости умеет провести расчёт на прочность и устойчивость владеет методом Эйлера определения устойчивости стержня		Вопросы к экзамену, задачи к экзамену
3.2	Статически	ПК-1		Вопросы к



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 8 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	неопределимые системы	знает понятие статически неопределимой системой умеет выявить статически неопределимые системы владеет методами раскрытия неопределимости		экзамену, задачи к экзамену
3.3	Основные механические характеристики материала	ПК-1 знает понятие диаграммы напряжение-деформация умеет определять тип материала по диаграмме владеет понятиями текучести и упругости		Вопросы к экзамену, задачи к экзамену
	Раздел 4. Использование метода конечных элементов в расчёте прочности конструкций и сооружений			
4.1	Линейный статический расчёт	ОПК-3 знать особенности, приближения и ограничения линейного подхода, уметь строить расчётную модель для линейного решения, владеть базовыми приёмами построения	Практическая работа №1, собеседование № 1	Вопросы к зачету



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»


Версия документа - 1

стр. 9 из 80

Первый экземпляр _____


КОПИЯ № _____

		геометрической, конечно- элементной и расчётной модели.		
4.2	Нелинейный статический расчёт	ОПК-3 знать признаки нелинейности задачи, уметь строить расчётную модель для нелинейного решения, владеть базовыми параметрами нелинейного решателя.	Практическая работа №2, собеседование № 2	Вопросы к зачету
4.3	Линейный динамический отклик	ОПК-3 знать признаки динамической задачи, уметь строить расчётную модель для динамического решения и для анализа собственных форм колебаний конструкции, владеть базовыми параметрами динамического решателя.	Практическая работа №3, собеседование № 3	Вопросы к зачету
4.4	Введение в моделирование разрушения	ОПК-3 знать билинейную модель материала с разрушением, уметь минимизировать размерность модели для оптимизации решения, владеть	Практическая работа №4	Вопросы к зачету

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 10 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

		методологией расчёта конструкции на прочность.		
4.5	Нелинейный динамический отклик	ОПК-3 знать признаки нелинейной и динамической задачи, уметь определять необходимость использования нелинейного решения в динамике, владеть использованием контактов, нелинейных элементов и настройками нелинейного динамического решателя.	Практическая работа №5, собеседование № 4	Вопросы к зачету

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 11 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

3.2 Порядок проведения промежуточной аттестации и содержание оценочных средств


Тестовые задания по дисциплине «Расчет на прочность»

Часть 1. Открытые вопросы (10 заданий)

№	Вопрос
1	Опишите основные допущения сопротивления материалов и поясните, как они упрощают переход от реального объекта к расчётной схеме.
2	Выведите выражения для нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении стержня при растяжении-сжатии и кручении. Объясните физический смысл каждого члена.
3	Раскройте понятие статически неопределимой системы. Как определяется степень статической неопределимости и какие методы используются для её раскрытия?
4	Объясните физический смысл формулы Эйлера для расчёта на устойчивость. Как коэффициент длины стержня зависит от способа закрепления концов?
5	Опишите этапы подготовки конечно-элементной модели для линейного статического расчёта. Какие условия должны выполняться, чтобы применение линейного подхода было корректным?
6	Раскройте понятие диаграммы растяжения материала. Какие характерные участки и точки выделяются на условной диаграмме, и как они связаны с понятиями упругости, текучести и прочности?
7	Объясните разницу между линейным и нелинейным статическим расчётом в МКЭ. Перечислите основные признаки нелинейности задачи и укажите, в каких случаях необходимо использовать нелинейный решатель.
8	Опишите подходы к заданию демпфирования при динамическом расчёте конструкций. Как в уравнениях движения учитывается вязкое демпфирование и какие параметры решателя его определяют?
9	Раскройте суть метода определения главных осей и главных моментов инерции сечения. Почему эти характеристики критически важны при расчёте на изгиб и устойчивость?
10	Объясните, как в конечно-элементных системах моделируются контактные взаимодействия и нелинейные пружины. Как задаются параметры контакта (Master/Slave) и почему важно указывать направление нормали?

Часть 2. Закрытые вопросы (10 заданий)


№	Вопрос и варианты ответов
1	Какая формула выражает закон Гука для напряжений и деформаций при одноосном растяжении? а) $\sigma = E\varepsilon$; б) $\tau = G\theta$; в) $F = -kx$; г) $M = EJ\varphi''$
1 2	Как называется ось сечения, относительно которой статический момент равен нулю? а) Главная ось; б) Центральная ось; в) Полярная ось; г) Нейтральная ось
1 3	Какая степень статической неопределимости у системы, если количество неизвестных усилий $k=4$, а количество уравнений равновесия $m=3$? а) 0; б) 1; в) 2; г) 3

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 12 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

1 4	Какая характеристика сечения используется для расчёта напряжений при чистом кручении? а) Осевой момент инерции J_z ; б) Полярный момент сопротивления W_ρ ; в) Статический момент S_z ; г) Площадь сечения A
1 5	Какой решатель в Nastran применяется для линейного статического расчёта? а) SOL 101; б) SOL 103; в) SOL 105; г) SOL 106
1 6	Что определяется по формуле Эйлера $F_{cr} = \frac{\pi^2 EJ^2}{(\mu L)^2}$? а) Максимальное напряжение в стержне; б) Критическая сила потери устойчивости; в) Прогиб балки при изгибе; г) Угол закручивания вала
1 7	Какой участок отсутствует на условной диаграмме растяжения пластичного материала? а) Упругий; б) Текучести; в) Упрочнения; г) Больших пластических деформаций без разрушения
1 8	Какие параметры в решателе Nastran определяют глобальное и локальное вязкое демпфирование при динамическом расчёте? а) E и ν ; б) G , W_3 , W_4 ; в) μ и L ; г) J и W_ρ
1 9	Какой тип конечного элемента в Nastran работает на растяжение-сжатие и кручение, но не сопротивляется сдвигу и изгибу? а) CBAR; б) CELAS; в) CROD; г) CBEAM
2 0	Как называется потеря устойчивой формы конструкции при повышении сжимающей нагрузки? а) Пластическая деформация; б) Усталостное разрушение; в) Потеря устойчивости; г) Ползучесть материала

Часть 3. Задания на соответствие (5 заданий)


№	Задание
2 1	Установите соответствие между видом нагружения и формулой для расчёта напряжений: 1) Растяжение-сжатие; 2) Кручение; 3) Изгиб; 4) Срез а) $\tau = \frac{Q S_z}{J_z b}$; б) $\sigma = \frac{N}{A}$; в) $\sigma = \frac{M}{W_z}$; г) кркр $\tau = \frac{M_{кр}}{W_\rho}$
2 2	Установите соответствие между типом решателя Nastran и его назначением: 1) SOL 101; 2) SOL 103; 3) SOL 105; 4) SOL 106 а) Расчёт собственных форм и частот колебаний; б) Линейный статический расчёт; в) Нелинейный статический расчёт; г) Расчёт на линейную устойчивость
2 3	Установите соответствие между геометрической характеристикой сечения и её определением: 1) Статический момент; 2) Осевой момент инерции; 3) Полярный момент инерции; 4) Центробежный момент инерции а) $\int_A y^2 dA$; б) $\int_A y z dA$; в) $\int_A y dA$; г) $\int_A \rho^2 dA$
2	Установите соответствие между способом закрепления стержня и коэффициентом

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 13 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____


4	длины μ в формуле Эйлера: 1) Шарнир-шарнир; 2) Защёпление-свободный конец; 3) Защёпление-защёпление; 4) Защёпление-шарнир а) 0.5; б) 1.0; в) 2.0; г) 0.7
2 5	Установите соответствие между признаком нелинейности и его описанием: 1) Геометрическая нелинейность; 2) Нелинейность материала; 3) Большие перемещения; 4) Контактная нелинейность а) Возникновение текучести или разрушения; б) Зависимость нагружения от текущей конфигурации и зазоров; в) Нарушение гипотезы малых деформаций; г) Изменение площади контакта в процессе нагружения

КЛЮЧИ К ТЕСТУ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
1	Допущения: сплошность, малость, изотропность/однородность, деформаций, линейная упругость (закон Гука), принцип независимости действия сил, гипотеза плоских сечений. Они позволяют заменить реальный объект математической расчётной схемой (балка, оболочка, стержень) и использовать линейные уравнения.	1 балл: перечислены ≥ 5 допущений + объяснение перехода к схеме. 0,5 балла: 3–4 допущения без связи со схемой. 0 баллов: < 3 допущений или ошибки.
2	Растяжение: $\sigma = N/A$ (равномерное распределение по сечению). Кручение: $\tau = M_\rho \rho / J_\rho$ (линейный рост от центра к поверхности). Физика: связь внутренних силовых факторов с геометрией и материалом.	1 балл: обе формулы + пояснение распределения напряжений. 0,5 балла: только одна формула или без пояснения. 0 баллов: неверные формулы.
3	Статически неопределимая система: уравнений статики недостаточно для определения всех реакций. Степень $n = k - m$. Методы раскрытия: метод сил, метод перемещений, учёт деформаций и уравнений совместности.	1 балл: определение + формула степени + ≥ 2 метода. 0,5 балла: только определение или формула. 0 баллов: неверная концепция.
4	F_{cr} – сила, при которой стержень теряет первоначальную устойчивую форму. μ зависит от закрепления: шарнир-шарнир=1, защ-своб=2, защ-защ=0.5, защ-шарнир=0.7. Учитывает эффективную длину изгиба.	1 балл: физсмысл F_{cr} + все 4 коэффициента. 0,5 балла: только смысл или только коэффициенты. 0 баллов: неверная формула или коэффициенты.
5	Этапы: геометрия \rightarrow КЭ-сетка \rightarrow расчётная модель (граничные условия, нагрузки, свойства). Условия линейности: малые перемещения, линейный материал, квазистатичность, фиксация по всем степеням	1 балл: 3 этапа + ≥ 3 условия корректности. 0,5 балла: этапы без условий или наоборот. 0 баллов: неверная последовательность.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 14 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

	свободы.	
6	Участки: упругий (закон Гука), предел упругости, площадка текучести, упрочнение, разрушение. Связь с прочностью: $\sigma_{упр}$, тектек $\sigma_{тек}$, прочпроч $\sigma_{проч}$. Пластичные деформации необратимы.	1 балл: ≥ 4 участка + связь с пределами материала. 0,5 балла: только участки или только пределы. 0 баллов: путаница с хрупкими материалами.
7	Линейный: матрица жёсткости постоянна, малые перемещения. Нелинейный: матрица меняется. Признаки: зазоры/контакты, текучесть/разрушение, большие угловые/линейные перемещения. Решатели: SOL 106/129/701.	1 балл: различие + ≥ 3 признака + типы решателей. 0,5 балла: только признаки или только решатели. 0 баллов: неверное понимание нелинейности.
8	Демпфирование вводится через матрицу $[B] = C_{b1}[M] + C_{b2}[K]$. Параметры: G (глобальное структурное, удвоенное критическое затухание), W_3 (характерная частота системы), W_4 (локальное демпфирование элемента).	1 балл: формула + назначение G, W_3, W_4 . 0,5 балла: только формула или только параметры. 0 баллов: неверное описание демпфирования.
9	Главные оси: центробежный момент $J_{yz} = 0$, осевые моменты экстремальны. Нахождение: угол поворота $\tan 2\alpha = -2J_{yz}/(J_y - J_z)$. Важность: изгиб в главных плоскостях не вызывает кручения, расчёт устойчивости ведётся по минимальному J_{min} .	1 балл: определение + формула угла + практическая важность. 0,5 балла: только определение или формула. 0 баллов: неверное понятие главных осей.
10	Контакт: запрет проникновения Slave в Master. Задаётся нормаль от Master к Slave. Нелинейные пружины (CBUSH): задают $F(u), \dot{F}(u)$, следящие системы координат. Важно для учёта зазоров, ударов, нелинейной жёсткости.	1 балл: принцип Master/Slave + роль нормали + функции CBUSH. 0,5 балла: только контакт или только пружины. 0 баллов: неверная модель контакта.
11	а) $\sigma = E\varepsilon$	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
12	б) Центральная ось	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
13	б) 1	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
14	б) Полярный момент сопротивления W_ρ	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
15	а) SOL 101	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
16	б) Критическая сила потери устойчивости	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
17	г) Больших пластических деформаций без	1 балл за правильный выбор.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)		
	Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 15 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

	разрушения	0 баллов за ошибку.
18	б) G, W_3, W_4	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
19	в) CROD	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
20	в) Потеря устойчивости	1 балл за правильный выбор. 0 баллов за ошибку.
21	1–б, 2–г, 3–в, 4–а	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤ 1 верную пару.
22	1–б, 2–а, 3–г, 4–в	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤ 1 верную пару.
23	1–в, 2–а, 3–г, 4–б	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤ 1 верную пару.
24	1–б, 2–в, 3–а, 4–г	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤ 1 верную пару.
25	1–б, 2–а, 3–в, 4–г	1 балл за все верные пары. 0,5 балла за 2–3 верные пары. 0 баллов за ≤ 1 верную пару.

Шкала перевода баллов в оценку


Сумма баллов	Оценка	Уровень освоения компетенций
20–25	Отлично	Продвинутый
16–19	Хорошо	Базовый
11–15	Удовлетворительно	Пороговый
0–10	Неудовлетворительно	Компетенции не сформированы
	0	

Промежуточная аттестация проводится в 6 семестре в форме экзамена в два этапа.

На первом этапе студент отвечает на два вопроса и решает две задачи из выбранного случайно билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета и объясняет решение задач. Продолжительность – 10 минут.

Промежуточная аттестация проводится в 7 семестре в форме зачета.


	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 16 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

На зачете студенту будет предложен вопрос по одному из разделов курса, при ответе на который экзаменуемый должен продемонстрировать понимание вопроса и проиллюстрировать его разбором практического примера.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов и задач к экзамену и типовыми билетами к экзамену, вопросами к зачету.


Перечень вопросов к зачёту

1. Порядок подготовки модели для линейного статического расчёта.
2. Линейные элементы в универсальных конечно-элементных системах.
3. Признаки нелинейности задачи.
4. Порядок расчёта конструкции на устойчивость.
5. Подходы к заданию демпфирования при динамическом расчёте.
6. Порядок расчёта собственных форм и частот колебаний конструкции.
7. Модели материалов с текучестью, разрушением, динамическим упрочнением.
8. Шаг по времени в нелинейном динамическом расчёте.
9. Нелинейные пружины и контакты.
10. Нелинейный динамический отклик.
11. Линейный динамический отклик.
12. Линейный статический расчёт.
13. Нелинейный статический расчёт.
14. Моделирование разрушения.


	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 17 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

3.2.1. База контрольных вопросов и задач

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильный ответ	Код контролируемой компетенции
<i>Раздел 1. Введение в расчёты прочности</i>			
1.1	Реальный объект и расчётная схема.	См. приложение А.1	ПК-1
1.2	Силы внешние и внутренние.	См. приложение А.2	ПК-1
1.3	Напряжения.	См. приложение А.3	ПК-1
1.4	Перемещения и деформации.	См. приложение А.4	ПК-1
1.5	Закон Гука и принцип независимости действия сил.	См. приложение А.5	ПК-1
1.6	Общие принципы расчёта элементов конструкции.	См. приложение А.6	ПК-1
1.7	Основные допущения сопротивления материалов.	См. приложение А.10	ПК-1
<i>Раздел 2. Прочность стержневых конструкций</i>			
2.1	Рассчитать стержень на растяжение-сжатие	См. приложение Б.1	ПК-1
2.2	Провести проектный расчёт на растяжение-сжатие	См. приложение Б.2	ПК-1
2.3	Рассчитать стержень на кручение	См. приложение Б.3	ПК-1
2.4	Провести проектный расчёт на кручение	См. приложение Б.4	ПК-1
2.5	Провести расчёт на изгиб	См. приложение Б.5	ПК-1
2.6	Определить форму изгиба стержня	См. приложение Б.6	ПК-1
2.7	Определить моменты инерции сечения	См. приложение Б.7	ПК-1
2.8	Статические моменты сечения и центр тяжести сечения	См. приложение А.7	ПК-1
2.9	Моменты инерции сечения	См. приложение А.8	ПК-1
2.10	Главные оси и главные моменты инерции сечения	См. приложение А.9	ПК-1
<i>Раздел 3. Прочность сложных и нелинейных систем</i>			
3.1	Устойчивость конструкции.	См. приложение	ПК-1

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 18 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

	Формула Эйлера	A.11	
3.2	Статически неопределимые системы	См. приложение A.12	ПК-1
3.3	Механические свойства материала. Испытания материала на растяжение-сжатие	См. приложение A.13	ПК-1
<i>Раздел 4 Использование метода конечных элементов в расчёте прочности конструкций и сооружений с помощью универсальных конечно-элементных программных комплексов</i>			
4.1	Порядок подготовки модели для линейного статического расчёта.	См. приложение Г.1	ОПК-3
4.2	Линейные элементы в универсальных конечно-элементных системах.	См. приложение Г.2	ОПК-3
4.3	Признаки нелинейности задачи.	См. приложение Г.3	ОПК-3
4.4	Порядок расчёта конструкции на устойчивость.	См. приложение Г.4	ОПК-3
4.5	Подходы к заданию демпфирования при динамическом расчёте.	См. приложение Г.5	ОПК-3
4.6	Порядок расчёта собственных форм и частот колебаний конструкции.	См. приложение Г.6	ОПК-3
4.7	Модели материалов с текучестью, разрушением, динамическим упрочнением.	См. приложение Г.7	ОПК-3
4.8	Шаг по времени в нелинейном динамическом расчёте.	См. приложение Г.8	ОПК-3
4.9	Нелинейные пружины и контакты.	См. приложение Г.9	ОПК-3

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 19 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

3.2.2 Образец билета к экзамену.

Билет к экзамену должен содержать два теоретических вопроса из приложения А и две задачи из приложения Б.

**ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики**

Направление «Прикладная математика и информатика»

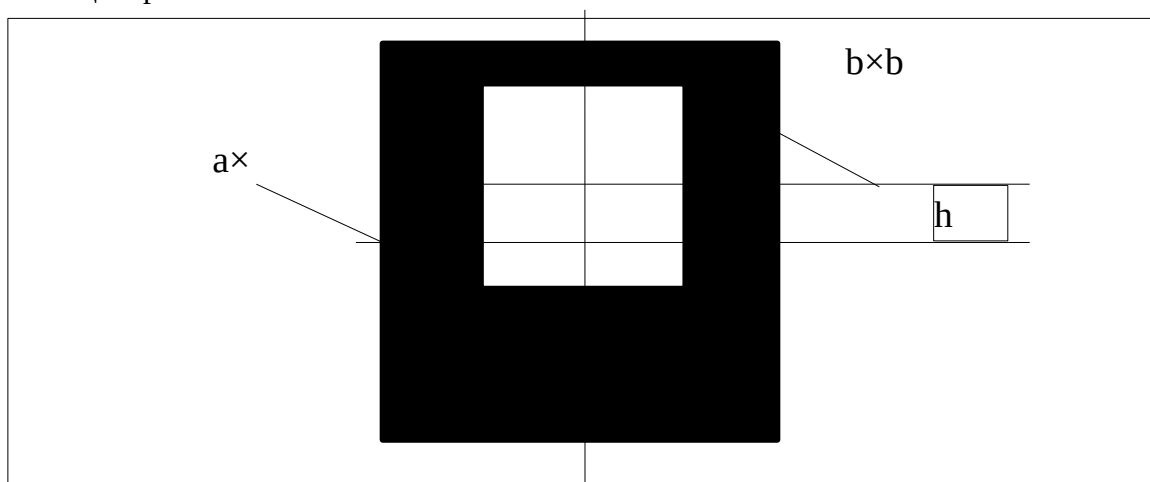
Дисциплина «Расчёт на прочность»


Билет №5

1. Перемещения и деформация.
2. Статически неопределимые системы.
3. Решите задачу: определить минимальные толщины (площади сечения) по длине стержня из условия прочности.



4. Решите задачу: определить осевые моменты инерции сечения в главных центральных осях.




	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 20 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

4. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ПК-1	Знает методику расчета прочностных характеристик изделий РКТ	Знает и понимает методику расчета прочностных характеристик изделий РКТ	Знает методику расчета прочностных характеристик изделий РКТ	Знает в целом методику расчета прочностных характеристик изделий РКТ	Не знает методику расчета прочностных характеристик изделий РКТ
	Умеет применять методы расчета на прочность при решении прикладных задач	Умеет самостоятельно применять методы расчета на прочность при решении прикладных задач	Умеет применять методы расчета на прочность при решении прикладных задач	Умеет в целом применять методы расчета на прочность при решении прикладных задач	Не умеет применять методы расчета на прочность при решении прикладных задач
	Владеет навыками расчета на прочность	Владеет уверенно навыками расчета на прочность	Владеет навыками расчета на прочность	Владеет не которыми навыками расчета на прочность	Не владеет навыками расчета на прочность
ОПК-3	Знать подходы к использованию универсальных конечно-элементных программных комплексов для решения задач прочности Уметь пользоваться универсальными конечно-элементными программными комплексами для решения задач прочности в различных постановках	Студент владеет понятийным аппаратом и свободно им оперирует	Студент владеет понятийным аппаратом и уверенно им оперирует	Студент в основном владеет понятийным аппаратом	Студент не владеет понятийным аппаратом, пользуется интуитивными обозначениями.
		Знает математические выражения и связи между величинами, способен применить их к решению задач при нестандартной постановке	Знает математические выражения и связи между величинами и может применить их к решению задач в стандартной постановке	Знает основные математические выражения и связи между величинами, но может совершать ошибки при их применении в решении задач	Не знает базовых математических выражений и не может применить их к решению задач.
		Может объяснить математические основания и физические допущения при выводе тех или иных выражений	Не всегда может объяснить математические основания и физические допущения при выводе тех или иных выражений	Не может объяснить математические основания и физические допущения при выводе тех или иных выражений	Не может объяснить математические основания и физические допущения при выводе тех или иных выражений
			Владеет	Владеет основными инструментами	

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 21 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

	Владеть инструментами и универсальными конечно-элементных программных комплексов в части построения расчётных моделей и решения задач прочности	Владеет основными инструментами автоматизированного расчёта на прочность	Владеет основными инструментами автоматизированного расчёта на прочность, кроме, возможно, более специфических случаев	основными инструментами автоматизированного расчёта на прочность для простейших случаев	автоматизированного расчёта на прочность
--	---	--	--	---	--

4.2. Критерии оценивания зачета и экзамена

Письменный и письменно-устный ответ студента на экзамене по вопросам дисциплины оценивается по следующим критериям.

Отметка «отлично» ставится в том случае, если по четырём из пяти критериев ответ оценивается «отлично» и по одному – на «хорошо».

Отметка «хорошо» – если по четырём критериям – не ниже «хорошо» и по одному «удовлетворительно».

Отметка «удовлетворительно» – если по четырём критериям не ниже «удовлетворительно» и по одному – «неудовлетворительно».


Отметка «неудовлетворительно» – если по двум и более критериям «неудовлетворительно».

"Отлично"

- 1) студент легко ориентируется в содержании учебного материала, свободно пользуется понятийным аппаратом;
- 2) обладает умением связывать теорию с практикой, высказывать и обосновывать свои суждения;
- 3) знает и правильно применяет формулы;
- 4) решение задачи записано понятно, аккуратно, последовательно;
- 5) записан правильный ответ.

"Хорошо"

- 1) студент демонстрирует полное освоение теоретического материала, владеет понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет знания для решения практических задач, грамотно излагает свою позицию;

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 22 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

- 2) знает и применяет формулы, но допускает небольшие неточности;
- 3) решение задачи записано, но не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;
- 4) записан правильный ответ

"Удовлетворительно"

- 1) студент демонстрирует неполное освоение теоретического материала, плохо владеет понятийным аппаратом, плохо ориентируется в изученном материале, неуверенно излагает свою позицию;
- 2) знает отдельные формулы, но допускает значительные неточности в их применении;
- 3) решение задачи записано неверно, не приведены формулы, с помощью которых были проведены расчеты;
- 4) записан правильный ответ.

"Неудовлетворительно"

- 1) студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл;
- 2) беспорядочно и неуверенно излагает материал, не может применять знания для решения практических задач;
- 3) решение задачи записано неверно либо отсутствует;
- 4) записан неправильный ответ либо не записан ответ.

На зачете студенту будет предложен вопрос по одному из разделов курса, при ответе на который экзаменуемый должен продемонстрировать понимание вопроса и проиллюстрировать его разбором практического примера. Возможные оценки:

«зачтено» – выполнил все работы и усвоил материал;

«не зачтено» – не все работы выполнил, материал не усвоил.


В компьютерном классе возможна сдача зачёта в виде теста. Возможные оценки:

«зачтено» – тест выполнен с результатом не менее 50%;

«не зачтено» – тест выполнен с результатом менее 50%.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровень освоения компетенций	Оценка
------------------------------	--------

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 23 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Продвинутый	отлично
Базовый	хорошо
Пороговый	удовлетворительно
компетенции не сформированы	неудовлетворительно

Уровни формирования компетенций:

1. Пороговый уровень

Предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание понятия прочности, цели и задач расчёта на прочность, базовых терминов.

Студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины, использовать базовые термины, интерпретировать учебную литературу и справочные источники по сопротивлению материалов и смежным дисциплинам.


2. Базовый уровень

Предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: знание методов и ограничений сопротивления материалов, основных подходов к расчёту прочности.


Студент способен давать развёрнутые ответы на теоретические вопросы дисциплины, применять знания к решению прикладных задач прочности, интерпретировать и анализировать научные труды по сопротивлению материалов и смежным дисциплинам, использовать современные информационные технологии при расчётах на прочность.

3. Продвинутый уровень

Предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: решению нестандартных задач, широкое применение для расчётов на прочность дополнительных знаний дисциплин прикладной математики и

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 24 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

информационных технологий, уверенное использование САПР при решении задач.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 25 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Приложение А – Вопросы для экзамена

А.1 – Реальный объект и расчётная схема

Реальный объект, освобождённый от несущественных особенностей, носит название расчётной схемы.

Как для одного объекта может быть предложено несколько расчётных схем, так и одной расчётной схеме может соответствовать множество различных реальных объектов.

Выбор расчётной схемы:

- схематизация свойств материалов: однородная сплошная среда, изотропность, упругость.
- схематизация геометрии: брус/балка, оболочка.
- схематизация внешних воздействий: сосредоточенные силы.

Выбор расчётной схемы является первым шагом в проведении расчёта, даже если внимание на этом не акцентируется. Важно осознавать введённые при выборе расчётной схемы допущения и приближения.

А.2 – Силы внешние и внутренние

Если конструкция рассматривается изолированно от окружающих тел, то действие последних на конструкцию заменяется силами, которые называются внешними. В число внешних сил включаются не только заданные силы, но также и реакции связей, дополняющие систему сил до равновесной. Если число реакций превышает число уравнений равновесия, система называется статически неопределимой.

Взаимодействие между частями рассматриваемого объекта характеризуется внутренними силами. Внутренние силы определяют взаимодействие между частицами тела, расположенными по разные стороны от произвольного мысленно проведённого сечения. Спроектировав главный вектор и главный момент внутренних сил в сечении на систему координат, получим шесть составляющих сил и моментов, называемых внутренними силовыми факторами.

По нормали к сечению: N или T – нормальная или продольная сила, $M_{кр}$ – крутящий момент.

В плоскости сечения: Q – поперечные силы, M – изгибающий момент.

А.3 – Напряжения

Понятие напряжения вводится для того, чтобы характеризовать закон распределения внутренних сил по сечению.


Для малой площадки $\Delta F \Delta F$ сечения, в пределах которой определена внутренняя сила $\overline{\Delta R}$

$$\vec{p} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta R}}{\Delta F}$$

$\vec{p}\vec{p}$ – полное напряжение в точке.

Проекция $\vec{p}\vec{p}$ на нормаль к сечению: $\sigma\sigma$ – нормальное напряжение.

Составляющие $\vec{p}\vec{p}$ в плоскости сечения: $\tau\tau$ – касательное напряжение.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)		
	Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 26 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Совокупность напряжений для множества площадок, проходящих через точку, образует напряжённое состояние в точке.

А.4 – Перемещения и деформации

Вектор, имеющий начало в точке недеформированного тела, а конец в той же точке деформированного тела, называется вектором полного перемещения точки. Его проекции на оси носят название перемещений по осям.

Кроме линейного перемещения, можно ввести понятие углового перемещения, если рассмотреть отрезок между двумя близкими точками до и после изменения формы тела и определить угол, на который он поворачивается в пространстве.

Для того, чтобы характеризовать интенсивность изменения формы и размеров, вводится понятие деформации тела ε . Если некоторый отрезок недеформированного тела ss после изменения формы изменился на Δs :

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s}$$

Если рассматриваются деформации в направлении координатных осей, в их обозначение вводятся соответствующие индексы.

Кроме линейной деформации, можно ввести понятие угловой деформации, рассматривая изменение угла между отрезками при стремлении длины отрезка к 0.

А.5 – Закон Гука и принцип независимости действия сил

Закон Гука: перемещения (в малых пределах) пропорциональны действующим силам.

По некоторому направлению:

$$u = \delta P$$

Где uu – перемещение точки, PP – приложенная сила, $\delta\delta$ – коэффициент пропорциональности. Коэффициент пропорциональности в общем случае, очевидно, зависит как от физических свойств материала, так и от геометрических особенностей системы.

Закон Гука для напряжений и деформаций, независимо от геометрии системы:


$$\sigma = E\varepsilon \quad \tau = G\theta$$

Где $\sigma\sigma$ и $\tau\tau$ – нормальные и касательные напряжения, EE и GG – модули упругости и сдвига материала, $\varepsilon\varepsilon$ и $\theta\theta$ – продольные и поперечные деформации.

Принцип независимости действия сил: если к системе приложено несколько сил, можно определить внутренние силы, напряжения и деформации для каждой силы в отдельности, а затем результат действия всех сил получить, как сумму действия каждой силы.

А.6 – Общие принципы расчёта элементов конструкции

Наиболее распространённым методом расчёта деталей машин и элементов сооружений является расчёт по напряжениям. В основу этого метода положено предположение, что критерием надёжности конструкции является напряжение или, точнее, напряжённое состояние в точке.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 27 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

В некоторых случаях используется метод расчёта по разрушающим нагрузкам, недостаток которого состоит в том, что расчётное определение разрушающей нагрузки возможно только в простейших конструктивных схемах.

Если необходимо добиться наименьших изменений формы конструкции, производится расчёт по допускаемым перемещениям или расчёт на жёсткость.

Существуют и другие методы: расчёт на устойчивость, на эффект повторных нагрузок, на динамическое воздействие.

А.7 – Статические моменты сечения и центр тяжести сечения

Возьмём некоторое поперечное сечение S балки и свяжем его с системой координат yz (x направим вдоль оси балки). Интегралы по площади сечения

$$S_y = \int_S z dS, S_z = \int_S y dS$$

называются статическими моментами сечения относительно осей y и z .

Ось, относительно которой статический момент равен 0, называется центральной. Среди семейства параллельных осей такая ось является единственной.

Точка пересечения центральных осей называется центром тяжести сечения.

Статический момент относительно любой оси, проходящей через центр тяжести, равен 0.

Положение центра тяжести сечения (y_c, z_c) в произвольной системе координат можно определить по выражениям:

$$y_c = \frac{S_z}{S}, z_c = \frac{S_y}{S}$$

А.8 – Моменты инерции сечения

Возьмём некоторое поперечное сечение S балки и свяжем его с системой координат yz (x направим вдоль оси балки). Рассмотрим интегралы по площади сечения:

$$I_{yy} = \int_S z^2 dS, I_{zz} = \int_S y^2 dS, I_{yz} = \int_S yz dS$$

I_{yy}, I_{zz} называются осевыми моментами инерции сечения относительно осей y, z ; I_{yz} называется центробежным моментом инерции.

Можно показать, что в семействе параллельных осей минимальный момент инерции получается относительно центральной оси. При переходе от центральных осей к нецентральной, осевые моменты инерции увеличиваются на величину $a^2 S$, где a – расстояние между соответствующими осями.


Величина

$$I_p = \int_S (y^2 + z^2) dS$$

называется полярным моментом инерции сечения.

А.9 – Главные оси и главные моменты инерции сечения

Оси, относительно которых центробежный момент равен нулю, а осевые моменты принимают экстремальные значения, называются главными осями. Если они к тому же являются центральными, они называются главными центральными осями.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 28 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Осевые моменты относительно главных осей называются главными моментами инерции. Они могут быть определены по формуле:

$$J = \frac{J_{yy} + J_{zz}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_{yy} - J_{zz}}{2}\right)^2 + J_{yz}^2}$$

Если сечение имеет ось симметрии, эта ось всегда будет главной.

А.10 – Основные допущения сопротивления материалов

Материал данного тела сплошной и непрерывный.

Материал данного тела изотропный и однородный.

До приложения внешних сил в теле отсутствуют внутренние силы.

Деформации тела малы по сравнению с его размерами.

Деформации тела являются абсолютно упругими.

Между действующей силой и деформацией существует линейная зависимость (закон Гука).

Результат действия группы сил равен сумме результатов действия каждой силы (принцип независимости действия сил).

Плоские до деформации сечения остаются плоскими после деформации (гипотеза Бернулли).

В точках тела, достаточно удалённых от точек приложения сил, внутренние силы не зависят от способа приложения сил (принцип Сен-Венана).

А.11 – Устойчивость конструкции. Формула Эйлера

Потерей устойчивости конструкции называется изменение устойчивой формы конструкции при повышении приложенной на неё нагрузки. Потере устойчивости подвержены конструкции, работающие на сжатие. Потеря устойчивости может приводить к разрушению конструкции до расчётного превышения предела прочности.

Сжимающая сила, при которой стержень теряет устойчивость, называется критической. Формула Эйлера для критической силы:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu L)^2}$$


Где L – длина стержня, E – модуль упругости материала, J – минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня.

μ – коэффициент длины, равный:

- при шарнирном закреплении концов стержня $\mu = 1$
- при одном свободном, одном закреплённом конце $\mu = 2$
- при обоих закреплённых концах $\mu = 1/2$.

А.12 Статически неопределимые системы

Статически неопределимыми называют системы, в которых для определения

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 29 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

реакций опор либо внутренних усилий одних уравнений статики недостаточно.

Статическая неопределимость возникает из-за наличия дополнительных или «лишних» связей, где под «лишними» появляются связи, не влияющие на геометрическую неизменяемость системы в целом.

Степень статической неопределимости n определяется по формуле

$$n = k - m$$

Где k – количество неизвестных усилий (реакций связи), m – количество уравнений равновесия, которые можно составить для данной системы.

Расчёт усилий в лишние связях называется раскрытием статической неопределимости системы.


А.13 Механические свойства материала. Испытания материала на растяжение-сжатие

Большинство механических свойств материалов определяется в результате испытаний образцов в условиях одноосного напряжения. В процессе эксперимента ведётся запись диаграммы испытаний – графика зависимости деформации (удлинения) образца от растягивающей силы. Этот график называется диаграммой растяжения или сжатия образца. Поскольку исследуется не конкретный образец, а материал, диаграмму перестраивают в осях деформации-напряжения, относя удлинение к первоначальной длине образца, а силу к его первоначальной площади.

Полученная диаграмма называется условной диаграммой растяжения.

Типичная условная диаграмма растяжения состоит из следующих участков:

- участок линейной зависимости между деформацией и напряжением, что отражает закон Гука,
- несколько выше находится точка, соответствующая пределу упругости, при котором ещё нет остаточных деформации,
- область пластичности, в которой проявляется явление текучести материала, заканчивающаяся условным пределом текучести,
- участок упрочнения,
- участок разрушения.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 30 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Приложение Б. Задачи для экзамена

Б.1 Определить продольные силы T , напряжения σ и максимальные перемещения конца стержня Δx .



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики


Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 31 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 32 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Решение.

Прежде, чем приступить к решению, для определённости введём ось координат Ox и перепишем внешние действующие силы с учётом знаков проекций (рисунок ниже также будет использован для других вспомогательных построений).



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»


Версия документа - 1

стр. 33 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____



	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 34 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

1. Определим реакцию опоры R из условия статического равновесия:

$$R + F_1 + F_2 = 0$$

$$R = -1000 \text{ Н}$$

2. Определим характерные для задачи точки стержня: O – точка действия реакции, A, C – точки приложения сил, B – точка изменения сечения.

3. Определим T по зонам между характерными точками, суммируя силы, действующие слева от сечения.

$$\text{OA: } T_{\text{OA}} = R = -1000 \text{ Н}$$

$$\text{AB, BC: } T_{\text{AB}} = T_{\text{BC}} = R + F_1 = -2000 \text{ Н}$$

Поскольку знак продольной силы не меняется, а сила F_2 действует на участок AC, как растягивающая, стержень по всей длине подвергается растяжению.

4. Определим напряжения по зонам (с учётом знака для определения перемещений):

$$\text{OA: } \sigma_{\text{OA}} = T_{\text{OA}}/S_1 = -5 \text{ МПа}$$

$$\text{AB: } \sigma_{\text{AB}} = T_{\text{AB}}/S_1 = -10 \text{ МПа}$$

$$\text{BC: } \sigma_{\text{BC}} = T_{\text{BC}}/S_2 = -20 \text{ МПа}$$

Максимальное напряжение в стержне составляет 20 МПа.

5. Для определения перемещения стержня определим деформацию по зонам:

$$\text{OA: } \epsilon_{\text{OA}} = \sigma_{\text{OA}}/E = -2,5 \times 10^{-5}$$

$$\text{AB: } \epsilon_{\text{AB}} = \sigma_{\text{AB}}/E = -5 \times 10^{-5}$$

$$\text{BC: } \epsilon_{\text{BC}} = \sigma_{\text{BC}}/E = -1 \times 10^{-4}$$

6. В соответствии с (3), знак «-» деформации соответствует растяжению. Стержень, закреплённый в точке O, при растяжении будет деформироваться в положительном направлении выбранной оси Oх. Определим растяжение вдоль оси Oх каждой из зон стержня:


$$\text{OA: } \Delta x_{\text{OA}} = (-)\epsilon_{\text{OA}} \times L_{\text{OA}} = 5 \times 10^{-5} \text{ м}$$

$$\text{AB: } \Delta x_{\text{AB}} = (-)\epsilon_{\text{AB}} \times L_{\text{AB}} = 5 \times 10^{-5} \text{ м}$$

$$\text{BC: } \Delta x_{\text{BC}} = (-)\epsilon_{\text{BC}} \times L_{\text{BC}} = 2 \times 10^{-4} \text{ м}$$

7. Определим суммарное перемещение конца стержня Δx , как сумму растяжений его частей:

$$\Delta x = \Delta x_{\text{OA}} + \Delta x_{\text{AB}} + \Delta x_{\text{BC}} = 3 \times 10^{-4} \text{ м} = 0,3 \text{ мм}$$

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 35 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Б.2 Определить минимальные толщины (площади сечения) по длине стержня из условия прочности.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики


Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 36 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 37 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Решение.

Прежде, чем приступить к решению, для определённости введём ось координат Ox и перепишем внешние действующие силы с учётом знаков проекций (рисунок ниже также будет использован для других вспомогательных построений).



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»


Версия документа - 1

стр. 38 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Х
О
В


	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 39 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

1. Определим реакцию опоры R из условия статического равновесия:

$$R + F_1 + F_2 = 0$$

$$R = -1000 \text{ Н}$$

2. Определим характерные для задачи точки стержня: O – точка действия реакции, A , B – точки приложения сил.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 40 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

3. Определим T по зонам между характерными точками, суммируя силы, действующие слева от сечения.

$$OA: T_{OA} = R = -1000H$$

$$AB: T_{AB} = R + F_1 = -2000H$$

Поскольку знак продольной силы не меняется, а сила F_2 действует на участок AB , как растягивающая, стержень по всей длине подвергается растяжению.

4. Определим напряжения по зонам:

$$OA: \sigma_{OA} = T_{OA}/S(x)$$

$$AB: \sigma_{AB} = T_{AB}/S(x)$$

5. Запишем условие прочности:

$$|\sigma| \leq [\sigma]$$

Таким образом, по зонам:


$$OA: |\sigma_{OA}| = |T_{OA}/S(x)| \leq [\sigma]$$

$$AB: |\sigma_{AB}| = |T_{AB}/S(x)| \leq [\sigma]$$


Решая относительно $S(x)$, получим:

$$OA: S_{OA} \geq |T_{OA}|/[\sigma] = 2 \times 10^{-6} m^2 = 2 mm^2$$


$$AB: S_{AB} \geq |T_{AB}|/[\sigma] = 4 \times 10^{-6} m^2 = 4 mm^2$$

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 41 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Б.3 Определить крутящие моменты M и максимальные напряжения τ в сечениях стержня.

	<p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики</p>		
<p>Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»</p>			
<p>Версия документа - 1</p>	<p>стр. 42 из 80</p>	<p>Первый экземпляр _____</p>	<p>КОПИЯ № _____</p>


~~М1-50~~М2

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 43 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Решение.

Прежде, чем приступить к решению, для определённости введём ось координат Ox (рисунок ниже также будет использован для других вспомогательных построений). Знаки моментов примем противоположными в соответствии с изображением.

Решение левее точки O нас не интересует, поскольку на этом участке стержня отсутствуют действующие силы.

	<p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики</p>		
<p>Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»</p>			
<p>Версия документа - 1</p>	<p>стр. 44 из 80</p>	<p>Первый экземпляр _____</p>	<p>КОПИЯ № _____</p>

Мин1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики


Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 45 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 46 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

1. Определим инерционные моменты $M_{ин}$, действующие в точках O, A:

Угловое ускорение стержня:

$$\omega = \frac{M_1 + M_2}{J_{M1} + J_{M2}} = -2 \frac{рад}{с^2}$$

Отсюда инерционные моменты:

$$M_{ин1} = -\omega J_{M1} = 100 \text{ Нм}$$

$$M_{ин2} = -\omega J_{M2} = 200 \text{ Нм}$$

2. Определим характерные для задачи точки стержня: O, A, B, C – точки приложения сил.

3. Определим крутящие моменты M по зонам между характерными точками, суммируя моменты, действующие слева от сечения:

$$\text{OA: } M_{OA} = M_{ин1} = 100 \text{ Нм}$$

$$\text{AB: } M_{AB} = M_{ин1} + M_{ин2} = 300 \text{ Нм}$$

$$\text{BC: } M_{BC} = M_{ин1} + M_{ин2} + M_1 = -100 \text{ Нм}$$

4. Определим максимальные напряжения τ в сечениях стержня по зонам:

Для стержня с кольцевым сечением полярный момент сопротивления


$$W_p = \frac{\pi \delta D^2}{2} \approx 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$$

$$\text{OA: } \tau_{OA} = |M_{OA}|/W_p = 3,18 \times 10^8 \text{ Па} = 318 \text{ МПа}$$

$$\text{AB: } \tau_{AB} = |M_{AB}|/W_p = 9,55 \times 10^8 \text{ Па} = 955 \text{ МПа}$$

$$\text{BC: } \tau_{BC} = |M_{BC}|/W_p = 3,18 \times 10^8 \text{ Па} = 318 \text{ МПа}$$

Таким образом, максимальное напряжение в стержне по длине и сечениям составляет $\tau = 955 \text{ МПа}$.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 47 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Б.4 Определить минимальные толщины δ стенки стержня из условия прочности.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1


стр. 48 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

~~МИ-480001~~
МИ-480001


а

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 49 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Решение.

Прежде, чем приступить к решению, для определённости введём ось координат Ox (рисунок ниже также будет использован для других вспомогательных построений). Знаки моментов примем противоположными в соответствии с изображением.

Решение левее точки O нас не интересует, поскольку на этом участке стержня отсутствуют действующие силы.

	<p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики</p>		
<p>Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»</p>			
<p>Версия документа - 1</p>	<p>стр. 50 из 80</p>	<p>Первый экземпляр _____</p>	<p>КОПИЯ № _____</p>

Мин1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики


Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 51 из 80

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 52 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

1. Определим инерционные моменты $M_{ин}$, действующие в точках O, A:

Угловое ускорение стержня:

$$\omega = \frac{M_1 + M_2}{J_{M1} + J_{M2}} = -2 \frac{рад}{с^2}$$

Отсюда инерционные моменты:

$$M_{ин1} = -\omega J_{M1} = 100 \text{ Нм}$$

$$M_{ин2} = -\omega J_{M2} = 200 \text{ Нм}$$

2. Определим характерные для задачи точки стержня: O, A, B, C – точки приложения сил.

3. Определим крутящие моменты M по зонам между характерными точками, суммируя моменты, действующие слева от сечения:

$$\text{OA: } M_{OA} = M_{ин1} = 100 \text{ Нм}$$

$$\text{AB: } M_{AB} = M_{ин1} + M_{ин2} = 300 \text{ Нм}$$

$$\text{BC: } M_{BC} = M_{ин1} + M_{ин2} + M_1 = -100 \text{ Нм}$$

4. Запишем условие прочности:

$$\tau = \frac{|M|}{W_\rho} \leq [\tau]$$

Для стержня с кольцевым сечением полярный момент сопротивления:

$$W_\rho = \frac{\pi \delta D^2}{2}$$

$$\delta \geq \frac{2|M|}{\pi D^2 [\tau]}$$


Итого по зонам:

$$\text{OA: } \delta_{OA} \geq 2|M_{OA}|/\pi D^2 [\tau] = 1,6 \times 10^{-3} \text{ м} = 1,6 \text{ мм}$$

$$\text{AB: } \delta_{AB} \geq 2|M_{AB}|/\pi D^2 [\tau] = 4,8 \times 10^{-3} \text{ м} = 4,8 \text{ мм}^*$$

$$\text{BC: } \delta_{BC} \geq 2|M_{BC}|/\pi D^2 [\tau] = 1,6 \times 10^{-3} \text{ м} = 1,6 \text{ мм}$$

*Вообще говоря, при заданном D такой стержень нельзя считать тонкостенным и формула для W_ρ примет другой вид.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 53 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Б.5 Определить изгибающие моменты M и максимальные напряжения σ в сечениях стержня.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики


Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 54 из 80

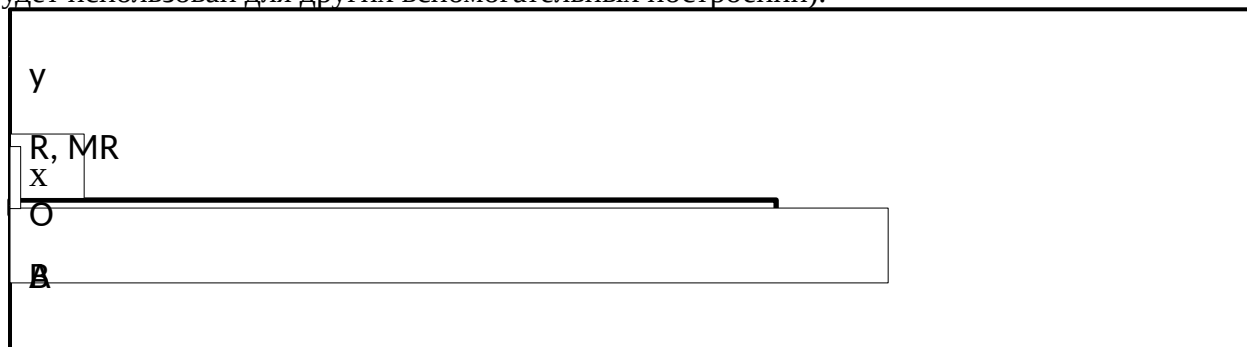
Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 55 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Решение.

Прежде, чем приступить к решению, для определённости введём систему координат Оху и перепишем внешние действующие силы с учётом знаков проекций (рисунок ниже также будет использован для других вспомогательных построений).



1. Определим реакцию опоры R и момент в опоре M_R из условия статического равновесия:


$$R + F_1 + F_2 = 0$$

$$R = 100 \text{ Н}$$

$$M_R + 0 \cdot R + OA \cdot F_1 + OB \cdot F_2 = 0$$

$$M_R = -100 \text{ Нм}$$

2. Определим характерные для задачи точки стержня: O – точка действия реакции, A, B – точки приложения внешних сил.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 56 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

3. Определим изгибающие моменты M по зонам между характерными точками, суммируя моменты (как сосредоточенные, так и обусловленные приложенными силами), действующие слева от сечения:

$$\underline{OA: M_{OA} = M_R + R \times (x_O - x) = -100 - 100 \times x \text{ [Нм]}}$$

$$\underline{AB: M_{AB} = M_R + R \times (x_O - x) + F_1 \times (x_A - x) = -100 - 100 \times x - 200 \times (2 - x) = -500 + 100 \times x \text{ [Нм]}}$$

В характерных точках:

$$\underline{M_O = -100 \text{ Нм}}$$

$$\underline{M_A = -300 \text{ Нм (как со стороны участка OA, так и со стороны участка AB)}}$$

$$\underline{M_B = 0 \text{ Нм}}$$

4. Определим максимальные напряжения σ в сечениях стержня по зонам:

Для стержня с кольцевым сечением осевой момент сопротивления:

$$W_z = \frac{\pi \delta D^2}{4} = 6,28 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$$

Тогда максимальные напряжения в сечениях стержня определим по напряжениям в характерных точках:


$$\underline{O: \sigma_O = |M_O| / W_z = 1,59 \times 10^8 \text{ Па} = 159 \text{ МПа}}$$

$$\underline{A: \sigma_A = |M_A| / W_z = 4,77 \times 10^8 \text{ Па} = 477 \text{ МПа}}$$


$$\underline{B: \sigma_B = |M_B| / W_z = 0 \text{ Па}}$$

В соответствии с характером определённых моментов, между этими точками напряжение σ изменяется линейно. Таким образом, максимальное (нормальное) напряжение σ в стержне составляет $\sigma = 477 \text{ МПа}$.


Касательным напряжением τ при изгибе тонкого стержня можно пренебречь.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 57 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Б.6 Определить форму изгиба $u(x)$ стержня,двигающегося с постоянным ускорением под действием распределённой внешней силы.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 58 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

~~а_к = 10,2 м × 10-
 Ем² × 1011 Па
 (сталь)~~

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 59 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Решение.

1. Определим инерционные силы $q_{ин}(x)$, действующие на стержень:
 Поступательное ускорение центра масс стержня:


$$\dot{y} = \frac{\int_0^L q(x) dx}{\int_0^L m(x) dx} \approx 67 \frac{M}{c^2}$$

Угловые ускорения стержня $\omega = 0$ исходя из симметричности приложенной силы и распределения масс стержня. Следовательно, ускорение каждой точки стержня совпадает с ускорением его центра масс.

Отсюда распределённые инерционные силы:

$$q_{ин}(x) = -m(x) \dot{y}(x) = -67 \frac{H}{M}$$

2. Все внешние силы и параметры стержня равномерно изменяются по всей его длине. Необходимости в выделении характерных точек нет.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 60 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

3. Поиск силовых факторов и определение изгиба по всей длине стержня будем проводить исходя из дифференциальной системы:

$$\begin{cases} q(x) + q_{\text{ин}}(x) = \frac{\partial Q}{\partial x} \\ Q(x) = \frac{\partial M}{\partial x} \\ \frac{M(x)}{E J_{zz}} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \end{cases}$$

Для стержня квадратного сечения $a \times a$ осевой момент инерции сечения:

$$J_{zz} = \frac{a^4}{12} \approx 8,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4$$

$$E J_{zz} \approx 167 \text{ Н м}^2$$

Последовательно интегрируя уравнения системы от 0 до x , получим следующие результаты.

Поперечные силы в сечениях стержня:

$$Q(x) = \int_0^x q(\xi) + q_{\text{ин}}(\xi) d\xi = -67x + 100x^2 - 33x^3$$

Изгибающие моменты в сечениях стержня:

$$M(x) = \int_0^x Q(\xi) d\xi = -33x^2 + 33x^3 - \frac{33}{4}x^4$$

Угол отклонения сечения стержня:

$$\theta(x) = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\int_0^x M(\xi) d\xi}{E J_{zz}} = -0,067x^3 + 0,05x^4 - 0,01x^5$$

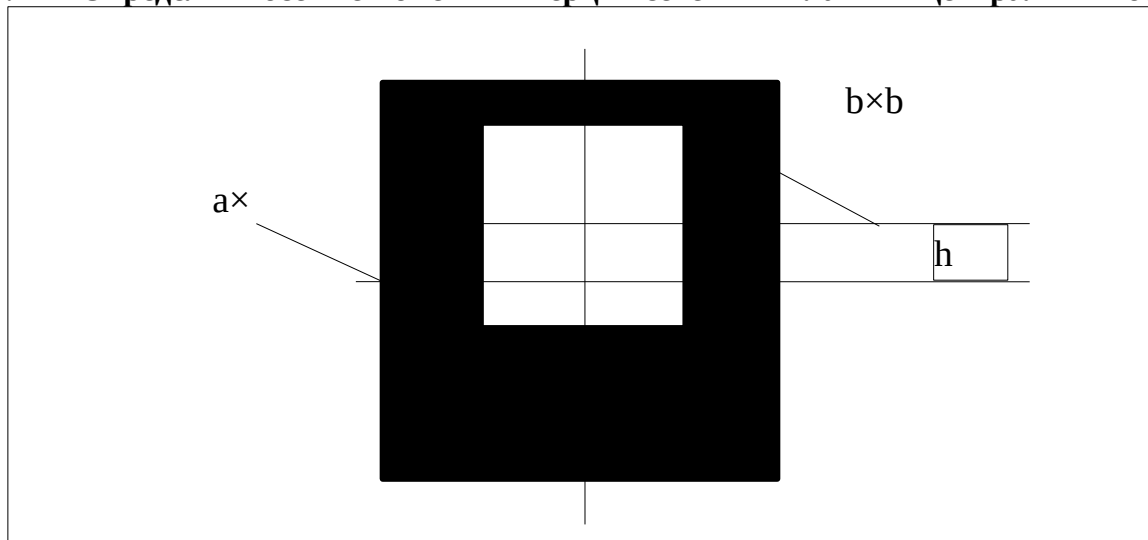
Форма изгиба стержня:

$$u(x) = \int_0^x \theta(\xi) d\xi = -0,017x^4 + 0,01x^5 - 0,0017x^6$$

При последних двух интегрированиях не учитывается возможная линейная прибавка вида $kx + b$, задающая малое отклонение и поперечный сдвиг осевой линии стержня и не влияющая на его нагружение.

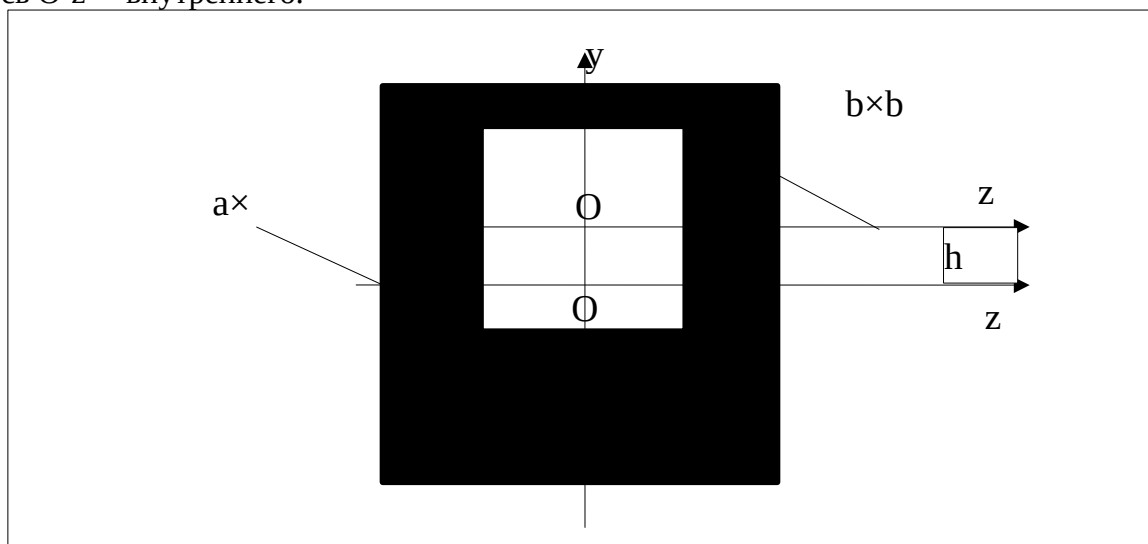


Б.7 Определить осевые моменты инерции сечения в главных центральных осях.




Решение.

Перед началом решения введём системы координат Oyz и $O'yz'$. Поскольку сечение симметрично относительно вертикальной оси, эта ось будет главной осью, ось Oy совместим с ней. Ось Oz совместим с горизонтальной осью симметрии внешнего квадрата, ось $O'z'$ – внутреннего.



1. Поскольку момент инерции сечения описывается, как интеграл по его площади, можно вычислить момент инерции представленного сечения относительно оси, как разность между моментами инерции двух квадратов относительно этой оси.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 62 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

2. Определим момент инерции квадрата стороной a относительно главных центральных осей, параллельных его сторонам.

$$J_{zz}^a = J_{yy}^a = \frac{a^4}{12}$$

3. Определим моменты инерции квадрата $b \times b$ относительно осей Oy , Oz :

$$J_{zz}^b = \frac{b^4}{12} + h^2 b^2$$

$$J_{yy}^b = \frac{b^4}{12}$$

4. Итого суммарный момент инерции сечения относительно осей Oy , Oz :

$$J_{zz}^\square = \frac{a^4}{12} - \frac{b^4}{12} - h^2 b^2$$

$$J_{yy}^\square = \frac{a^4}{12} - \frac{b^4}{12}$$

J_{yy} является ответом относительно вертикальной оси.

5. Определим вертикальное расположение центра тяжести сечения в системе координат Oyz :


$$y_c = \frac{0 \cdot a^2 - h \cdot b^2}{a^2 - b^2} = \frac{-h}{\frac{a^2}{b^2} - 1}$$

6. По правилам преобразования моментов инерции относительно главных осей,

$$J_{zz}^\square = J_{zz} + y_c^2 \cdot (a^2 - b^2)$$

$$J_{zz} = \frac{a^4}{12} - \frac{b^4}{12} - h^2 b^2 - \frac{h^2 b^4}{a^2 - b^2}$$

J_{zz} является ответом относительно вертикальной оси.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 63 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Приложение В. Вопросы для тестирования (разделы 1-3)

Тест №1

Вопрос №1. Выберите из списка предположения, являющиеся основными допущениями для сопротивления материалов:

- 1) деформации тела малы по сравнению с его размерами,
- 2) закон Гука,
- 3) принцип Сен-Венана,
- 4) принцип линейности изменения формы сечения.

Ответ: 1, 2, 3.

Вопрос №2. Выберите из списка методы расчёта элементов конструкции.

- 1) расчёт на устойчивость,
- 2) расчёт по плотности,
- 3) расчёт по напряжениям,
- 4) расчёт на жёсткость.

Ответ: 1, 3, 4.

Вопрос №3. Выберите из списка выражения закона Гука для напряжений и деформаций.


- 1) $F = -kx$,
- 2) $\tau = G\theta$,
- 3) $P = kx^2/2$,
- 4) $\sigma = E\varepsilon$.

Ответ: 2, 4.

Вопрос №4. Выберите из списка выражение для полного напряжения в точке.

- 1) $\sigma = F/S$,
- 2) $\sigma = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3$,
- 3) $\vec{p} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta F} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta R}}{\Delta F}$,
- 4) $\sigma = E\varepsilon$.

Ответ: 3.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 64 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Тест №2

Вопрос №1. Выберите выражение для осевого момента инерции сечения.

1) $J_\rho = \int_S (y^2 + z^2) dS J_\rho = \int_S (y^2 + z^2) dS$,

2) $J_{zz} = \int_S y^2 dS J_{zz} = \int_S y^2 dS$,

3) $W_z = \frac{J_{zz}}{y_{max}} W_z = \frac{J_{zz}}{y_{max}}$,

4) $W_\rho = \frac{J_\rho}{r_{max}} W_\rho = \frac{J_\rho}{r_{max}}$.

Ответ: 2.

Вопрос №2. Выберите выражение для связи между моментом и напряжением при чистом кручении стержня.

1) $\tau = M/J_\rho$,

2) $\sigma = F/S$,

3) $M = J\varphi''$,

4) $\sigma = M/J_{zz}$.

Ответ: 1.

Вопрос №3. Выберите выражение для связи между моментом и углом отклонения стержня при чистом изгибе.

1) $M = J\varphi''$,

2) $\varphi = ML/GJ_\rho$,

3) $\sigma = M/J_{zz}$,

4) $\theta = ML/EJ_{zz}$.

Ответ: 4.

Вопрос №4. Выберите корректные выражения, связывающие внутренние силовые факторы и внешние силы.


1) $F = -kx$,

2) $\sigma = M/J_{zz}$,

3) $\tau = M/J_\rho$,

4) $\sigma = E\varepsilon$.

Ответ: 2, 3.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 65 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Тест №3

Вопрос №1. Выберите выражение формулы Эйлера для расчёта на устойчивость.

- 1) $\varphi = ML/GJ_\rho$,
- 2) $F_{кр} = \frac{J_{zz}}{y_{max}} F_{кр} = \frac{J_{zz}}{y_{max}}$,
- 3) $\sigma = M/J_{zz}$,
- 4) $F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu L)^2} F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu L)^2}$.

Ответ: 4.

Вопрос №3. Выберите участок (область), которого нет на условной диаграмме растяжения-сжатия.


- 1) участок упрочнения,
- 2) участок разрушения,
- 3) точка предела упругости,
- 4) участок больших деформаций.

Ответ: 4.

Вопрос №4. Какова степень статической неопределимости представленной системы?

- 1) представленная система статически определима,
- 2) 1,
- 3) 2,
- 4) 3.

Ответ: 2.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 66 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Приложение Г – Содержание ответов на вопросы к экзамену

Г.1 Порядок подготовки модели для линейного статического расчёта.

Стандартный порядок подготовки модели для конечно-элементного расчёта независимо от выбранного решателя следующий:

- 1) создание геометрической модели – трёхмерного либо упрощённого (стержневого или оболочечного) представления рассматриваемой конструкции,
- 2) создание конечно-элементной модели – разбиение конструкции на конечные элементы автоматизированным способом с контролем плотности и структуры конечно-элементной сетки и стыкуемости сеток на границах,
- 3) создание расчётной модели – наложение на конечно-элементную модель начальных и граничных условий, задание действующих внешних сил, настройка решателя.

Прежде, чем приступить к линейному статическому расчёту модели, необходимо убедиться, что:

- 1) задача удовлетворяет условию квазистатичности: характерное время приложения нагрузок много больше характерных собственных частот колебаний конструкции,
- 2) задача удовлетворяет условиям линейности,
- 3) рассматриваемая конструкция зафиксирована по всем степеням свободы.


В случае невыполнения условия (3) задача всё ещё может быть решена посредством введения автоматических ограничений или инерционных ограничений при настройке решателя.

Невыполнение условия (2) приведёт к получению существенно некорректных результатов расчёта. При этом результаты будут получены без расчётных ошибок и предупреждений со стороны решателя, что делает проведение соответствующего анализа перед расчётом особенно важным.

Невыполнение условия (1) приведёт к получению некорректных результатов, как правило в виде заниженных (в несколько раз или менее в зависимости от степени динамичности) перемещений, напряжений и внутренних силовых факторов.

Решатель, используемый при линейном статическом расчёте – SOL 101.

Решатель характеризуется высокой скоростью расчёта и практически гарантированной сходимостью расчёта при условии (3). Предположения, в рамках которых работает линейный статический решатель, близки к основным предположениям курса сопротивления материалов. Это в совокупности делает линейный статический расчёт одним из наиболее актуальных и востребованных на практике.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 67 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г.2 Лinéйные элементы в универсальных конечно-элементных системах.

Лinéйнными элементами называются те элементы, для которых матрица жёсткости и система координат не изменяются в процессе решения, в том числе и при использовании нелинейных решателей типа SOL 106 и SOL 129. Использование лinéйных элементов в нелинейных решениях может привести к получению некорректных результатов, поэтому необходимо помнить их особенности при построении модели.

(примечание: также лinéйнными элементами иногда могут быть названы элементы первого порядка точности, в данном вопросе речь о них не идёт)

Наиболее характерными лinéйнными упругими элементами универсальных конечно-элементных программных систем можно назвать следующие одномерные элементы:

- 1) пружину CELAS,
- 2) стержень CROD,
- 3) балку CBAR.

Пружина CELAS – наиболее характерный лinéйнный элемент с одной степенью свободы, матрица жёсткости которого задаётся в произвольной системе координат и не изменяется в процессе решения. В общем случае задаёт между узлами силу вида $F=-k(U_1-U_2)$, где U_1 и U_2 – перемещения узлов элемента по одной из шести выбранных независимо степеней свободы. Параметрами лinéйной пружины являются:

- выбор системы координат,
- выбор связываемых степеней свободы узлов (для каждого узла независимо),
- выбор жёсткости k .

Стержень CROD – лinéйнный элемент с двумя степенями свободы. Стержень CROD работает на растяжение-сжатие и кручение, но не сопротивляется сдвигу и изгибу. Система координат элемента CROD связывается с узлами ненагруженной модели и не изменяется в процессе решения. Основными параметрами стержня CROD являются:


- материал,
- площадь сечения.

Для расчёта жёсткости на кручение сечение при этом всегда предполагается сплошным круглым.

Балка CBAR – лinéйнный элемент с шестью степенями свободы, полностью аналогичный нелинейному элементу CBEAM и в лinéйных решениях дающий те же результаты расчёта. Связывает узлы по растяжению-сжатию, сдвигу, изгибу и кручению. Как и для элемента CROD, система координат балки связывается с узлами ненагруженной модели.

Параметрами балки являются:

- материал,
- геометрия сечения либо его характеристики: площадь и моменты инерции.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)		
	Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 68 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г.3 Признаки нелинейности задачи.

Задача является нелинейной в каждом из трёх случаев:


- 1) геометрическая нелинейность конструкции,
- 2) нелинейность модели материала конструкции,
- 3) наличие больших перемещений в конструкции.

Под геометрической нелинейностью конструкции понимается случай, в котором сама конфигурация рассматриваемого тела приводит к принципиальному изменению характера его нагружения в зависимости от величины и направления приложенных сил. Как правило, это конструкции, имеющие малые зазоры и контактные поверхности, для которых возникающие силы зависят от того, замкнуты или разомкнуты соответствующие зазоры и контакты под действием внешних сил, а также от взаимного положения контактных поверхностей в каждый момент времени.

Нелинейность модели материала конструкции следует принимать во внимание, когда нагружение таково, что предполагается возникновение эффекта текучести либо разрушение элементов конструкции, либо в редких случаях, когда упругая диаграмма материала принципиально нелинейна на всех участках.

Наличие больших перемещений в конструкции нарушает основные предположения предмета сопротивления материалов, на которых основаны линейные решения SOL 101 и SOL 109. Наличие больших перемещений может подразумевать наличие существенных деформаций конструкции и наличие перемещений её элементов в пространстве без существенных деформаций упругих связей (как правило, в динамических решениях). В зависимости от постановки задачи, оба этих случая могут как привести к развитию нелинейных эффектов в задаче, так и нет: например, при продольном нагружении стержня из линейного материала нелинейные эффекты могут не проявляться даже при существенных деформациях, в то время как при поперечном нагружении они начинают проявляться достаточно быстро. Линейные перемещения элементов в пространстве непосредственно, как правило, не приводят к возникновению нелинейных эффектов. Необходимо, однако, проявлять особую внимательность при угловых перемещениях частей конструкции, поскольку в линейном решении приложенные силы не являются следящими, и при развороте конструкции могут возникать эффекты нелинейности, приводящие к неверным и неочевидным результатам.

Если есть сомнения в линейности задачи, может быть оправдано хотя бы частичное её решение при помощи нелинейного решателя (SOL 106, SOL 129 или SOL 701 в зависимости от постановки задачи) для проверки соответствия результата нелинейного решения результату линейного. В случае существенного расхождения результатов, задача в данной постановке нелинейна.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 69 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г.4 Порядок расчёта конструкции на устойчивость.

Расчёт конструкции на устойчивость проводится в три этапа:

- 1) линейный статический расчёт конструкции решателем SOL 101,
- 2) расчёт на линейную устойчивость решателем SOL 105 и определение запаса конструкции на устойчивость,
- 3) нелинейный статический расчёт конструкции решателем SOL 106 на предельные силы и определение формы потери устойчивости конструкцией.


Задачей проведения линейного статического расчёта является проверка, как конструкция работает в устойчивом состоянии и какими запасами прочности под приложенной нагрузкой обладает.

Расчёт на линейную устойчивость позволяет определить, при каком изменении приложенных сил на конструкцию она потеряет устойчивость (перейдёт в другую устойчивую форму): стержень прогнётся под сжимающей силой, выпуклая мембрана продавится давлением и т.п. Это изменение является запасом конструкции на устойчивость.

При этом важно понимать, что расчёт на линейную устойчивость построен на базе модели в малых перемещениях, которая позволяет лишь определить, в какой точке потенциальная энергия новой устойчивой формы становится ниже, чем потенциальная энергия исходной. Таким образом, расчёт на линейную устойчивость не позволяет определить саму новую устойчивую форму конструкции.

В тех случаях, когда потеря устойчивости является допустимой при условии сохранения прочности, оправдан последующий расчёт нелинейным статическим решателем SOL 106 или, в некоторых случаях при плохой сходимости статического решения, динамическим SOL 129. При этом на конструкцию необходимо приложить малые силы, действующие в направлении потери устойчивости. Эти силы могут быть сколь угодно малы и и необходимы только для исключения возможной симметричности расчёта, недостижимой на реальной конструкции. Прочие внешние силы, действующие на конструкцию, необходимо поднять до уровня, незначительно превышающего рассчитанный по линейной устойчивости. Этот расчёт позволит определить новую устойчивую форму конструкции, а также её запасы прочности уже в ней.

Результатом расчёта должно являться определение запаса прочности, являющегося минимальным из трёх: запаса прочности по линейному статическому расчёту, запаса по устойчивости и запаса прочности по новой устойчивой форме.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 70 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г.5 Подходы к заданию демпфирования при динамическом расчёте.

В общем случае при проведении динамического решения SOL 109, SOL 129, SOL 701 в задаче отсутствует неизбежное для реальных конструкций внутреннее трение (демпфирование), в связи с которым энергия колебаний тела переходит в тепловую, а сами колебания затухают. Поэтому при решении задач с продолжительными внешними воздействиями (в общем случае, превышающих по длительности хотя бы половину характерного периода колебаний конструкции) необходимо задать демпфирование элементов.

Подход к демпфированию, применяемый в решателях Nastran, заключается в следующем.

Общий вид системы уравнений для конечно-элементной задачи с демпфированием:

$$\{F\} = [M]\{\ddot{u}\} - [K]\{u\} - [B]\{\dot{u}\}$$

Где, соответственно, $[M]$ – матрица масс, $[K]$ – матрица жесткостей, $[B]$ – матрица вязкого демпфирования, $\{F\}$ – вектор внешних сил в узлах, $\{u\}$ – вектор перемещений узлов.

Матрица $[B]$ при этом записывается в виде:

$$[B] = C_{b1}[B_1] + C_{b2}[B_2] + \alpha[M] + \beta[K]$$


Коэффициенты C_{b1} и C_{b2} являются параметрами решателя. Компонент $[B_2]$ служит для непосредственного ввода демпфирующих компонентов в систему уравнений. Зависимости от матрицы масс и жесткостей $\alpha[M] + \beta[K]$ при классическом подходе не рассматриваются. Рассмотрим подробнее компоненту $[B_1]$

$$[B_1] = [B_{damp}] + \frac{G}{W3} [K] + \frac{1}{W4} \sum G_{elem} K_{elem}$$

$[B_{damp}]$ содержит вклад в демпфирование элементов CDAMP. G , $W3$ и $W4$ являются параметрами решателя, определяющими глобальное структурное демпфирование и локальное демпфирование в упругом элементе соответственно.

Вязкое демпфирование в такой постановке связывается с характерной частотой колебаний элемента: оно тем выше, чем выше жёсткость (а значит, и частота колебаний) элемента, определяемая матрицей жёсткости $[K]$ или локальной жёсткостью элемента K_{elem} .

Глобальный параметр демпфирования G (или локальный G_{elem}) при этом определяется, как удвоенное критическое затухание для системы (элемента), а параметры $W3$ и $W4$ определяют характерную частоту системы (элемента).

	 <p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики</p>		
по	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» лению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
ия документа - 1	стр. 71 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г. Порядок расчёта собственных форм и частот колебаний конструкции.

Расчёт собственных форм и частот колебаний конструкции является одним из самых распространённых и востребованных на практике. Это связано со следующими факторами:

- 1) собственные формы колебаний конструкции могут быть использованы, как базис для расчёта её поведения,
- 2) при этом по свойствам собственных форм колебаний, они ортогональны, а размерность задачи может быть существенно снижена из-за быстрого снижения энергии, заключённой в высших формах колебаний,
- 3) а также определение частот колебаний конструкции является ключевым для оценки возможности резонанса при периодических воздействиях.


Расчёт собственных форм и частот колебаний конструкции проводится при помощи решателя SOL 103, который является линейным, что необходимо учитывать при построении модели. В общем случае для нелинейных моделей собственные формы и частоты не определены, но в некоторых случаях нелинейные модели могут быть линеаризованы, например, при малых перемещениях.

Для расчёта собственных форм и частот колебаний конструкции следует:

- 1) подготовить конечно-элементную модель тем же образом, что для линейного статического расчёта,
- 2) в расчётной модели задать все граничные условия, действующие на конструкцию,
- 3) в настройках решателя 103 определить количество необходимых собственных форм и частот колебаний, либо интересующий диапазон частот для расчёта.

В отношении (2) и (3) и при анализе результатов следует принимать во внимание:

- 1) если для конструкции отсутствуют граничные условия, решение будет успешно проведено, но первые 6 найденной форм будут обладать нулевой частотой и соответствовать свободному движению конструкции,
- 2) для конструкций, обладающих осевой симметрией, следует ожидать появления парных форм, соответствующих колебаниям по перпендикулярным направлениям.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 72 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г.7 Модели материалов с текучестью, разрушением, динамическим упрочнением

Простейшей моделью материала является линейный абсолютно упругий материал, определяемый характеристикой зависимости напряжений σ от деформации ε через модуль упругости E :

$$\sigma = E\varepsilon$$

Эта модель материала всегда используется в линейных решателях (SOL 101, SOL 103, SOL 105, SOL 109). Тем не менее, в некоторых случаях расчёт только через предельное разрушение не является достаточным.

Первым из таких случаев является учёт текучести. Он может быть оправдан в связи с тем, что в соответствии с теорией упругости начало текучести в локальных зонах конструкции, вообще говоря, не приводит к её разрушению, что может быть важным при минимизации массы.

Характеристика материала с текучестью (в так называемой билинейной постановке) имеет вид:

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \sigma < \sigma_T \\ \sigma_T + E_{упр} \left(\varepsilon - \frac{\sigma_T}{E} \right), & \sigma > \sigma_T \end{cases}$$


Здесь $E_{упр}$ – модуль упрочнения, а σ_T – предел текучести. Принимая во внимание, что для реальных материалов, как правило, $E_{упр} \ll E$, можно записать:

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \sigma < \sigma_T \\ \sigma_T + E_{упр}\varepsilon, & \sigma > \sigma_T \end{cases}$$

Участок $\sigma > \sigma_T$ называется участком текучести, на котором происходит необратимая деформация материала. Если для упругой модели материала (или для билинейной на первом участке нагружения) при снятии нагрузки деформация падает по линейной характеристике до 0, то для билинейной на участке текучести при снятии нагрузки деформация и напряжение изменяются по упругой характеристике $\partial\sigma = E\partial\varepsilon$, пока σ не обнулится, а ε таким образом останется ненулевой. При новом нагружении материала деформация будет происходить по линии $\sigma = E\varepsilon$, пока не достигнет линии $\sigma_T + E_{упр}\varepsilon$, то есть, выше исходного σ_T . Эту разницу называют упрочнением.

Динамическим упрочнением называется зависимость σ_T от скорости нагружения, особенно важная для некоторых задач разрушения и пробивания.

При расчётах разрушения также может быть введена величина $\varepsilon_{разр}$, определяющая максимальную деформацию элемента конструкции, которой он может подвергнуться до его разрушения. Билинейная модель с прибавкой $\varepsilon_{разр}$ называется билинейной моделью с разрушением. В общем случае разрушение может быть введено и для абсолютно упругой модели материала.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 73 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г.8 Шаг по времени в нелинейном динамическом расчёте.

Нелинейный динамический расчёт может проводиться по явной (SOL 701) или неявной (SOL 129) разностной схеме. Эти схемы отличаются разными особенностями выбора шага по времени.


Для явной разностной схемы допустимый шаг по времени для её сходимости определяется минимальным размером и максимальной жёсткостью элемента: чем меньше и жёстче элементы модели, тем меньше необходим шаг по времени. В противном случае сходимость модели не будет обеспечена, и расчёт приведёт к неверным результатам, а на некотором этапе его продолжение станет невозможно из-за накопления погрешностей. На практике это обычно требует использования в решателях типа SOL 701 чрезвычайно малых расчётных шагов времени, что компенсируется большой скоростью расчёта для каждого отдельно взятого шага.

Для неявной разностной схемы сходимость обеспечивается существенно лучше и при более крупном шаге по времени, а также контролируется непосредственно во время вычисления исходя из требования существования решения системы уравнений для конструкции с заданными погрешностями.

Кроме того, если этого решения не существует, действует автоматизированный механизм уменьшения шага по времени и повтора расчёта. Обратное, если сходимость обеспечивается на некотором количестве шагов, происходит попытка увеличения шага по времени для ускорения вычислений.

В связи с переменным шагом по времени, вывод результатов решателя SOL 129 также происходит с переменным шагом, что в некоторых случаях может быть неудобным. Изменение параметра решателя ADAPT может запретить автоматическое изменение шага по времени, но в свою очередь может помешать сходимости расчётов или увеличить требуемое на них время.

Также в решателе SOL 129 действует ограничение на автоматическое изменение шага по времени не более, чем в 32 раза от исходного значения. Анализ вывода при решении может подсказать, что необходимо увеличение либо уменьшение исходного шага, если автоматическое решение непрерывно работает на увеличенном или уменьшенном в 32 раза шаге.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 74 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Г.9 Нелинейные пружины и контакты.

Контактные конструкции в Nastran делятся на два основных типа: двухмерные и объёмные.

Двухмерный контакт представлен контактом типа Slide Line (BCONP), запрещающим проникновение узлов группы Slave через одномерные элементы группы Master до тех пор, пока они расположены в одной плоскости.

В общем случае плоскость контакта может не совпадать с координатными плоскостями базовой системы координат. Также возможен взаимный запрет проникновения Master и Slave групп, что сделает контакт более надёжным, но повысит время вычисления.


Объёмный контакт действует по аналогичному принципу с той разницей, что запрещается проникновение узлов группы Slave через грани или в объёмные элементы группы Master.

В обоих вариантах контакта необходимо указать направление нормали от группы Master к группе Slave, в противном случае контакт не будет действовать.

Основными параметрами при расчёте контакта являются способ задания контактных сил и отношение к изначальному взаимопроникновению элементов, а также задание силы трения в контакте.

Нелинейные пружины в Nastran представлены группой элементов CBUSH (CBUSH, CBUSH1D и другие). Данные элементы являются одними из самых сложных и многофункциональных одномерных элементов, позволяющих задавать (в том числе в рамках настроек одного элемента):

- 1) линейные и нелинейные упругие характеристики вида $F = f(\Delta x)$,
- 2) линейные и нелинейные демпфирующие характеристики $F = f(\dot{\Delta x})$,
- 3) системы координат элемента, связанные по необходимости с положением его узлов в изначальный момент времени, в каждый момент времени расчёта или с глобальными системами координат,
- 4) сложные силовые характеристики, учитывающие нагрузку и разгрузку элемента,
- 5) сложные силовые характеристики, учитывающие динамический характер нагрузки, например, вида $F = f(\Delta x) \left(1 + \alpha |\dot{\Delta x}|^\beta\right)^2$
- 6) и другие.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 75 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Приложение Д – Вопросы для проведения собеседований к практическим работам

Собеседования используются в рамках текущей аттестации как способ проверки готовности студентов к выполнению практического задания в устном или письменном виде в течение 5-10 минут. При собеседовании оценивается способность студента оперировать базовыми понятиями, необходимыми для решения задачи.

В ответах на вопросы собеседования предложены пункты, которые должен обозначить студент. По результатам собеседования студент допускается к выполнению практической работы в случае точного ответа, либо если студент допускает незначительные неточности: упускает один из пунктов или ошибается в его формулировке; либо приводит лишние пункты, если они имеют косвенное отношение к вопросу.

Студент не допускается к практической работе, если не может сформулировать два или более пунктов ответа.

Д.1 Линейные элементы в универсальных конечно-элементных системах.

- 1) Матрица линейных элементов не перестраивается в процессе решения.
- 2) CELAS – линейная пружина.
- 3) CROD – линейный стержень с 2 степенями свободы.
- 4) CBAR – линейная балка с 6 степенями свободы.

Д.2 Признаки нелинейности задачи.

- 1) Геометрическая нелинейность (зазоры и контакты).
- 2) Нелинейность материала (текучесть и разрушение).
- 3) Большие перемещения.


Д.3 Подходы к заданию демпфирования при динамическом расчёте.

- 1) Демпфирование задаётся через матрицу демпфирования, как коэффициенты вязкого трения.
- 2) Параметр G решателя принимается равным удвоенному критическому демпфированию для системы.
- 3) Параметр W3 решателя принимается равным характерной (рассматриваемой) частоте колебаний системы.
- 4) Параметр W4 решателя имеет смысл, аналогичный параметру W3, но действует для демпфирования отдельных элементов, а не глобально на систему.

Д.4 Нелинейные пружины и контакты.

- 1) Контакт подразумевает запрещение узлам «подчинённых» (SLAVE) элементов проникать через поверхности «главных» (MASTER) элементов.
- 2) Симметричным контактом называется способ задания контакта, когда проникновение узлов запрещается взаимно.
- 3) Нелинейные пружины задаются элементами группы CBUSH и позволяют задавать нелинейные как упругие, так и вязкие силы.

Приложение Е – Практические работы (к разделу 4)

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 76 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Практическая работа 1 – Линейный статический расчёт

Выберите механическую конструкцию, работающую на прочность. Определите режимы её нагружения. Постройте её конечно-элементную модель для линейного расчёта. Проанализируйте результаты с точки зрения их достоверности при различных условиях работы конструкции. Спрогнозируйте рамки применимости линейной теории для выбранной конструкции.

1. Основной задачей практической работы №1 является отработка навыков перехода от реального объекта к расчётной схеме, при этом предлагается использовать расчётную схему в наиболее распространённой для прочностных расчётов линейной статической постановке.

2. В качестве рассматриваемой конструкции студенты могут выбрать любую конструкцию, подвергающуюся действиям механических нагрузок: строения, мосты, вышки линий электросвязи и др.

3. Первым этапом работы является исключение из расчётной схемы наименее значимых деталей и выбор наиболее значимых внешних сил, действующих на конструкцию. Преподаватель должен проконтролировать этот этап работы, чтобы полученная расчётная схема не была как излишне тривиальной, так и перегруженной и слишком трудоёмкой.


4. Для подготовленной расчётной схемы проводится построение конечно-элементной модели и проведение расчёта при помощи решателя SOL 101 в универсальном конечно-элементном комплексе NX. Студенты должны получить и проанализировать следующие результаты:

1) Максимальные перемещения конструкции – являются ли допустимыми в рамках здравого смысла?

2) Максимальные напряжения – не превосходят ли пределов прочности или текучести материалов конструкции?

Если полученные перемещения и напряжения существенно (в 10 и более раз) меньше предполагаемых предельных, следует объяснить, почему конструкция имеет такой запас прочности. Были ли учтены в достаточной мере все возможные внешние воздействия?


5. Для большинства конструкций рамки применимости линейной теории будут рассматриваться в плане учёта текучести материалов. Следует обратить внимание на точки концентрации напряжений и спрогнозировать, в каких случаях вход в текучесть является допустимым с точки зрения сохранения работоспособности конструкции.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 77 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Практическая работа 2 – Нелинейный статический расчёт

Повторите расчёт выбранной конструкции (см. тему 1) в нелинейной постановке. Проведите анализ полученных результатов с точки зрения соответствия линейной постановке и выводам о рамках применимости линейной теории.


1. Основной задачей практической работы №2 является наработка понимания нелинейных процессов, возникающих в конструкциях, и отличий между линейными и нелинейными решателями, областями их применимости и недостатками.
2. Для расчёта предлагается взять конструкцию, конечно-элементная и расчётная модели которой построены в практической работе 1. Необходимо проверить, не введены ли в конструкцию линейные элементы, а если введены, можно ли пренебречь их линейностью в данной постановке задачи. В противном случае необходимо произвести доработку модели и заменить линейные элементы аналогичными нелинейными.
3. Для подготовленной расчётной схемы проводится решение нелинейным решателем SOL 106 и сравнение с результатами, полученными в практической работе №1.
 - 1) Если результаты не соответствуют полученным в практической работе №1, необходимо на основании расчёта попытаться объяснить, какие именно нелинейные процессы не были учтены в исходном решении и какие предположения и упрощения при построении модели были ошибочными или избыточными.
 - 2) Если результаты соответствуют полученным в практической работе №1, необходимо попытаться придумать альтернативный режим работы конструкции, в котором могли бы проявиться нелинейные процессы: работа на сжатие, работа на повышенные нагрузки в пределах текучести. Перестроить модель и провести расчёт для этих режимов работы.
 - 3) Если нелинейное решение не сходится, необходимо добиться сходимости через настройки нелинейного решателя, шага нелинейного решения (с помощью преподавателя) и параметров конечно-элементной сетки.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 78 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Практическая работа 3 – Линейный динамический отклик

Определите собственные формы и частоты колебаний конструкции. Проведите расчёт выбранной конструкции (см. тему 1) на динамическое приложение нагружения. Рассчитайте ударный спектр для выбранного узла конструкции. Сопоставьте полученные результаты.


1. Основной задачей практической работы №3 является наработка понимания влияния собственных форм и частот конструкции на их прочность и возможности их использования в расчётах.
2. Для расчёта предлагается взять конструкцию, конечно-элементная и расчётная модели которой построены в практической работе 1. Для проведения расчёта достаточно включить в модель только граничные условия.
3. Необходимо провести расчёт решателем SOL 103 и провести следующий анализ:
 - 1) Каковы минимальные собственные частоты колебаний конструкции? С учётом её предназначения и форм колебаний конструкции, возможен ли эффект резонанса?
 - 2) Сколько форм и частот конструкции достаточно было бы использовать для её динамического расчёта, если исключить несущественные для её функционирования формы или слишком высокие частоты с учётом практического предназначения конструкции?

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 79 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Практическая работа 4 – Введение в моделирование разрушения

Проведите расчёт разрушения нагруженной балки. Оцените требуемую нагрузку при помощи расчёта линейного или нелинейного статического нагружения и проверки балки на устойчивость.

1. Основной задачей этой работы является ознакомление с принципами расчёта конструкции по критерию разрушения.
2. В этой работе предлагается построить модель конструкции из текучего материала (сталь) типа фермы с использованием одномерных нелинейных элементов СВЕАМ. Одновременно происходит ознакомление с возможностями этого элемента: построение сечения, неконструкционные массы, типы закрепления концов элемента.
3. В первую очередь предлагается построить расчётную модель для линейного статического расчёта (см. тему 1). После получения результата необходимо проверить максимальные напряжения в конструкции и определить запас прочности по текучести.
4. Вторым шагом расчёта необходимо повторить решение для той же расчётной модели линейным решателем SOL 105 и определить запас прочности по устойчивости.
5. После этого предлагается оценить поведение конструкции и её запасы прочности после потери устойчивости. Для этого необходимо изменить действующие силы так, чтобы они незначительно превысили предел устойчивости, и провести решение:
 - 1) линейным решателем SOL 101 для контроля,
 - 2) нелинейным решателем SOL 106.
6. Необходимо объяснить разницу в результатах, полученных при линейном и нелинейном решении. Следует обратить внимание на изменение устойчивой формы конструкции.
7. По результатам всех проведённых расчётов следует выбрать минимальный из полученных запасов прочности, как итоговый результат решения.

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Миасский филиал Кафедра прикладной математики		
	Фонд оценочных средств по дисциплине «Расчет на прочность» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		
Версия документа - 1	стр. 80 из 80	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Тема 5 – Нелинейный динамический отклик

Проведите повторный анализ выбранной конструкции (см. тему 1) для построения максимально подробной модели с учётом нелинейности и внутренних контактов элементов.

Сравните полученные для подробной модели результаты с полученными ранее. Объясните различия и совпадения между результатами. Составьте письменный отчёт с кратким обзором полученных выводов и предпосылок к ним.

1. Задачей этой работы является обобщение полученных в процессе изучения навыков и применение их в рамках динамического расчёта конструкции.
2. Для расчётов предлагается использовать конструкцию, выбранную в теме 1, но также разрешается выбрать новую.
3. Необходимо на основе проведённых в темах 1-3 расчётов провести анализ, какие именно элементы расчётной модели нуждаются в доработке и каким образом для обеспечения требуемых результатов. Если расчётная модель работает в рамках поставленных задач безупречно, необходимо также это показать.
4. После этого проводится дополнение расчётной модели и решение при помощи динамического решателя SOL 109 или SOL 129. Выбор решателя проводится в зависимости от того, показывает конструкция преимущественно линейное или нелинейное поведение (темы 1, 2). Настройки демпфирования проводятся с учётом частот, определённых при динамическом анализе конструкции (тема 3).
5. После получения результатов следует получить графики изменения напряжений и перемещений в ключевых узлах конструкции по времени и обратить внимание, что результаты при динамическом нагружении превышают статические.
6. На последнем шаге предлагается составить краткий отчёт, содержащий:
 - 1) Описание выбранной конструкции.
 - 2) Обоснование использованной расчётной схемы с учётом проведённых расчётов.
 - 3) Результаты проведённых расчётов конструкции.
 - 4) Анализ результатов расчётов, содержащий ответы примерно на следующие вопросы: каков запас прочности конструкции? Есть ли у конструкции элементы с излишним запасом прочности? Можно ли на ваш взгляд как-либо оптимизировать работу конструкции по результатам расчётов?