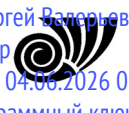


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.06.2026 09:22:35
Уникальный программный ключ:
891934b80cf7b6750abe51cddf3096e877fe1f7



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач

Направление подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
*Методы математического моделирования
в ракетно-космической технике*

Присваиваемая квалификация
магистр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

01.04.02 Прикладная математика и информатика, Методы математического моделирования в ракетно-космической технике, Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач, 2026, очная

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.В. Дутикова

Структура фонда оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27.09.2022 г. № 573-1 «Об утверждении шаблонов документов».



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 3 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	4
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	6
3.1 Виды оценочных средств.....	6
3.2 Содержание оценочных средств.....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации. 22	
4.1 Порядок проведения промежуточной аттестации.....	22
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	25
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций..	27



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 4 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *01.04.02 Прикладная математика и информатика*
Магистерская программа: *Методы математического моделирования в ракетно-космической технике*

Дисциплина: *Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач*

Семестр изучения: 3

Форма промежуточной аттестации: *зачёт.*

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции и согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ПК-3	Способен к разработке алгоритмов решения задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов	ПК-3.1. Знает основы теории движения космических аппаратов, математические методы разработки алгоритмов и моделирования полетов космических аппаратов. ПК-3.2. Демонстрирует умение разрабатывать модели динамики движения, аэродинамики,	<i>Знать</i> основные понятия, результаты и методы теории некорректных задач, область их применения; актуальные проблемы теории некорректных задач и классические методы их решения; применение теории некорректных задач для решения задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов. <i>Уметь</i> формализовать прикладную задачу динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов в рамках теории некорректных задач; использовать полученные теоретические знания в самостоятельных



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 5 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		баллистики и управления полетом космических аппаратов. ПК-3.3. Имеет навыки разработки алгоритмов решения задач аэрогазодинамики, гидродинамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.	исследованиях; делать оценки погрешности метода. <i>Владеть</i> навыками математического моделирования для решения некорректных задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.
--	--	--	---

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Дополнительные главы спектральной теории операторов	ПК-3 <i>знать</i> типы спектров операторов. Дискретный спектр. Непрерывный спектр. Остаточный спектр. Смешанный спектр; <i>уметь</i> решать задачи на определение типа спектра линейного оператора; <i>владеть</i> навыками исследования спектра линейных операторов.	Собеседование Доклад	Вопросы к зачёту, типовые задачи
2	Постановка обратных задач и определение методов их решения	ПК-3 <i>знать</i> методы регуляризации А.Н. Тихонова, М.М. Лаврентьева, метод квазирешений В.К. Иванова, метод невязки, проекционной регуляризации, метод квазиобращения.; <i>уметь</i> применять методы регуляризации для решения обратных задач; <i>владеть</i> навыками применения методов регуляризации для решения обратных задач.	Собеседование Доклад	Вопросы к зачёту, типовые задачи
3	Оценка погрешности методов решения обратных задач и построение оптимального метода	ПК-3 <i>знать</i> определение оценки погрешности метода, а также модуля непрерывности обратного оператора; <i>уметь</i> выполнять оценку погрешности методов решения через модуль непрерывности; <i>владеть</i> навыками выполнения оценки погрешности методов решения обратных задач с помощью модуля непрерывности.	Собеседование Доклад	Вопросы к зачёту, типовые задачи



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 6 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

4	Разработка оптимальных по порядку методов решения обратных задач и оценка погрешности этих методов	ПК-3 <i>знать</i> методы использования спектральной теории операторов для построения оптимальных и оптимальных по порядку методов решения некорректных задач; <i>уметь</i> применять спектральную теорию операторов для построения оптимальных и оптимальных по порядку методов решения некорректных задач; <i>владеть</i> навыками применения спектральной теории для построения оптимальных и оптимальных по порядку методов решения некорректных задач.	Собеседование Доклад	Вопросы к зачёту, типовые задачи
5	Численные методы реализации оптимальных по порядку методов при решении обратных задач	ПК-3 <i>знать</i> метод конечнозначностной определяемой цели при решении интегральных уравнений 1-го рода; <i>уметь</i> выполнять оценку погрешности метода, вызванную дискретизацией уравнения; <i>владеть</i> навыками сведения обратной задачи к системе линейных алгебраических уравнений.	Собеседование Доклад	Вопросы к зачёту, типовые задачи
6	Применение оптимальных по порядку методов для решения некоторых обратных задач математической физики и теоретической физики	ПК-3 <i>знать</i> постановку и решение обратных задач физики твердого тела, обратной задачи тепловой значимости, задачи Коши для уравнения теплопроводности; <i>уметь</i> решать обратные задачи математической физики и теоретической физики; <i>владеть</i> навыками решения обратных задач математической физики и теоретической физики.	Собеседование Доклад	Вопросы к зачёту, типовые задачи

3.2 Порядок проведения текущей аттестации и содержание оценочных средств

Тестовые задания по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» (уровень: магистратура)

Часть 1. Открытые вопросы (10 заданий)

№	Формулировка задания
1	Дайте определение корректно поставленной задачи по Адамару. Какие три условия должны выполняться для корректности? Приведите пример задачи, нарушающей условие устойчивости.
2	Сформулируйте линейный метод регуляризации А.Н. Тихонова. Запишите вариационную задачу, к которой сводится приближенное решение операторного уравнения, и поясните роль параметра регуляризации.
3	В чём заключается принцип невязки (принцип квазиоптимальности) при выборе параметра регуляризации? Запишите уравнение для определения параметра по этому принципу и сформулируйте теорему о единственности решения.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 7 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

4	Опишите метод Лаврентьева приближённого решения линейного операторного уравнения первого рода. Как выбирается параметр регуляризации по схеме М.М. Лаврентьева и в чём отличие этого метода от метода Тихонова?
5	Дайте определение модуля непрерывности обратного оператора по М.М. Лаврентьеву. Как с его помощью выполняется оценка погрешности метода решения обратной задачи?
6	Перечислите типы спектров линейного оператора (дискретный, непрерывный, остаточный, смешанный). Приведите примеры операторов, для которых характерен каждый тип спектра.
7	Почему задача Коши для уравнения теплопроводности является некорректно поставленной? Покажите нарушение условия устойчивости на конкретном примере последовательности начальных данных.
8	В чём состоит суть метода проекционной регуляризации? Как строится конечномерная аппроксимация и каков критерий сходимости решения при уменьшении шага дискретизации?
9	Сформулируйте лемму об оптимальном методе решения обратной задачи. Какое условие должно выполняться, чтобы метод считался оптимальным по порядку на заданном классе корректности?
10	Опишите метод конечномерной аппроксимации при решении интегральных уравнений 1-го рода. Как оценивается погрешность, вызванная дискретизацией уравнения, и как она соотносится с погрешностью исходных данных?

Часть 2. Закрытые вопросы (выберите один правильный ответ) (10 заданий)

№	Формулировка задания	Варианты ответов
11	Задача называется корректной по Адамару, если:	а) решение существует и единственно; б) решение существует, единственно и устойчиво по входным данным; в) решение существует и устойчиво; г) решение единственно и устойчиво
12	Функционал Тихонова для уравнения $Ax = y$ имеет вид:	а) $J_\alpha(x) = Ax - y ^2 + \alpha x ^2$; б) $J_\alpha(x) = Ax - y + \alpha x $; в) $J_\alpha(x) = Ax - y ^2/\alpha$; г) $J_\alpha(x) = x ^2 - \alpha Ax - y ^2$
13	Согласно принципу невязки, параметр регуляризации α выбирается из условия:	а) $ Ax_\alpha - y = \delta$; б) $ x_\alpha = R$; в) $\alpha \rightarrow 0$; г) $ Ax_\alpha - y \rightarrow 0$ быстрее, чем δ
14	Уравнение Фредгольма 1-го рода с непрерывным ядром в пространстве $C[a, b]$ является:	а) корректно поставленным; б) некорректно поставленным; в) условно корректным; г) линейным, но не интегральным
15	Модуль непрерывности $\omega(\tau, A)$ является:	а) убывающей функцией τ ; б) неубывающей функцией τ ; в) постоянной величиной; г) линейной функцией τ
16	Метод Лаврентьева применим для	а) являются самосопряжёнными и



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 8 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	решения уравнений с операторами, которые:	положительно определёнными; б) являются унитарными; в) имеют чисто точечный спектр; г) не ограничены
17	Остаточный спектр оператора A состоит из тех λ , для которых:	а) оператор $A - \lambda I$ не инъективен; б) оператор $A - \lambda I$ инъективен, но его образ не плотен; в) оператор $A - \lambda I$ инъективен, образ плотен, но обратный не ограничен; г) оператор $A - \lambda I$ обратим
18	Теорема о полярном разложении утверждает, что любой ограниченный оператор A можно представить в виде:	а) $A = U A $, б) $A = A U$, в) $A = U^*AU$, г) $A = UU^*$
19	Задача восстановления начальных условий уравнения теплопроводности по данным в конечный момент времени относится к классу:	а) некорректных задач; б) корректных задач; в) вариационных задач; г) алгебраических уравнений
20	Метод квазирешений В.К. Иванова заключается в:	а) поиске решения на компакте, минимизирующем невязку; б) минимизации нормы решения; в) регуляризации спектра оператора; г) проекции на конечномерное подпространство

Часть 3. Задания на соответствие (5 заданий)

№	Задание
2	Установите соответствие между типом спектра и его характеристикой:
1	А) Точечный спектр — 1) Множество собственных значений оператора Б) Непрерывный спектр — 2) Значения λ , при которых $A - \lambda I$ инъективен, образ плотен, но обратный не ограничен В) Остаточный спектр — 3) Значения λ , при которых образ $A - \lambda I$ не плотен в пространстве Г) Резольвентное множество — 4) Множество значений, где оператор $A - \lambda I$ имеет ограниченный обратный
2	Установите соответствие между методом регуляризации и его особенностью:
2	А) Метод Тихонова — 1) Минимизация функционала невязки с штрафом за норму решения Б) Метод Лаврентьева — 2) Регуляризация вида $(A + \alpha I)x = y$ для монотонных операторов В) Метод квазирешений — 3) Поиск элемента минимальной нормы на множестве допустимых решений с ограниченной невязкой Г) Проекционная регуляризация — 4) Замена бесконечномерной задачи конечномерной путём проектирования на подпространство
2	Установите соответствие между понятием и определением:



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 9 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

3	А) Модуль непрерывности — 1) Оценка отклонения решений в зависимости от отклонения данных на классе корректности Б) Параметр регуляризации — 2) Числовой коэффициент, контролирующей баланс между точностью и устойчивостью В) Класс корректности — 3) Компактное или выпуклое множество, на котором задача становится устойчивой Г) Принцип невязки — 4) Стратегия выбора параметра, при которой невязка равна уровню шума в данных
2 4	Установите соответствие между задачей и типом некорректности: А) Дифференцирование зашумлённой функции — 1) Неустойчивость решения (производная усиливает высокочастотный шум) Б) Уравнение Фредгольма 1-го рода — 2) Быстрое убывание коэффициентов Фурье решения, чувствительность к малым возмущениям В) Задача Коши для уравнения Лапласа — 3) Экспоненциальный рост решений при возмущении начальных данных Г) Восстановление изображения по размытому снимку — 4) Деление на малые собственные значения матрицы свёртки
2 5	Установите соответствие между теоретическим результатом и его содержанием: А) Теорема о полярном разложении — 1) Представление оператора в виде произведения унитарного и положительного операторов Б) Лемма об оптимальном методе — 2) Связь погрешности метода с модулем непрерывности обратного оператора В) Теорема Тихонова о существовании — 3) Существование и единственность минимизатора функционала Тихонова Г) Критерий сходимости конечномерной аппроксимации — 4) Условие согласования шага дискретизации и уровня погрешности данных

Ключи к тесту и критерии оценивания

№ задания	Верный ответ	Критерии оценивания
1	Условия Адамара: 1) существование решения, 2) единственность решения, 3) устойчивость (непрерывная зависимость от входных данных). Пример: дифференцирование (малое изменение функции \rightarrow большое изменение производной) или задача Коши для уравнения Лапласа.	2 балла: все 3 условия + корректный пример; 1 балл: условия без примера/пример без условий; 0 баллов: неверно
2	Задача: найти x_α , минимизирующий $J_\alpha(x) = Ax - y ^2 + \alpha x ^2$. Параметр $\alpha > 0$ обеспечивает устойчивость: при $\alpha \rightarrow 0$ решение стремится к точному, при фиксированном α задача корректна.	2 балла: формула функционала + пояснение роли α ; 1 балл: только формула/пояснение; 0 баллов: неверно



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 10 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

3	Принцип: α выбирается так, что $ Ax_\alpha - y = \delta$ (где δ — погрешность данных). Теорема: если $y \notin \text{Range}(A)$, то уравнение $ Ax_\alpha - y = \delta$ имеет единственное решение $\alpha > 0$.	2 балла: уравнение + формулировка теоремы о единственности; 1 балл: только уравнение; 0 баллов: неверно
4	Уравнение: $(A + \alpha I)x = y$ (для положительных операторов). Отличие от Тихонова: не требует минимизации функционала, прямое решение линейной системы; применим для монотонных операторов. Выбор α : $\alpha \sim \delta$ или по схеме Лаврентьева/Страхова.	2 балла: уравнение + отличие + схема выбора; 1 балл: частично; 0 баллов: неверно
5	$\omega(\tau, A) \stackrel{\text{def}}{=} \inf_{x_1, x_2} Ax_1 - Ax_2 \leq \tau, x_i \in M$. Оценка погрешности: $ x_\delta - x \leq \omega(\delta, A)$. Позволяет получить неулучшаемую оценку на классе M .	2 балла: определение + формула оценки; 1 балл: только определение; 0 баллов: неверно
6	Точечный: λ — собственное значение (ядро $A - \lambda I \neq 0$). Непрерывный: обратный не ограничен, образ плотен. Остаточный: образ не плотен. Смешанный: комбинация. Примеры: компактные операторы (точечный), оператор умножения на x (непрерывный).	2 балла: определения всех типов + примеры; 1 балл: 1–2 типа/без примеров; 0 баллов: неверно
7	Уравнение: $u_t = u_{xx}, u(x, 0) = \varphi(x)$. Решение зависит от $\exp(n^2 t)$, поэтому высокочастотные компоненты начальных данных растут экспоненциально. Пример: $\varphi_n(x) = \frac{1}{n} \sin(nx) \rightarrow 0$, но решение $u_n(x, t) = \frac{1}{n} e^{n^2 t} \sin(nx) \rightarrow \infty$.	2 балла: объяснение экспоненциального роста + пример последовательности; 1 балл: только объяснение; 0 баллов: неверно
8	Проецирование задачи на конечномерное подпространство H_n (например, сплайны или полиномы). Решение x_n ищется в H_n . Критерий сходимости: согласование размерности подпространства n и уровня шума δ (например, $n \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0$ согласованно).	2 балла: суть проекции + критерий сходимости; 1 балл: только суть; 0 баллов: неверно
9	Метод оптимален по порядку, если $\exists x \in M x - x_\delta \leq C\omega(\delta, M)$. Лемма: оптимальность достигается, когда погрешность метода оценивается модулем непрерывности с точностью до константы.	2 балла: формулировка условия оптимальности + связь с модулем непрерывности; 1 балл: частично; 0 баллов: неверно
10	Замена интеграла суммой (квадратурная формула) \rightarrow СЛАУ $A_h x = y$. Погрешность состоит из ошибки дискретизации $ A_h x - Ax $ и	2 балла: описание перехода к СЛАУ + баланс погрешностей; 1 балл: частично; 0 баллов:



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 11 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

	ошибки данных δ . Требуется баланс: шаг h должен стремиться к 0, но не слишком быстро, чтобы число обусловленности не росло чрезмерно.	неверно
11	б) решение существует, единственно и устойчиво по входным данным	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
12	а) $J_\alpha(x) = Ax - y ^2 + \alpha x ^2$	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
13	а) $ Ax_\alpha - y = \delta$	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
14	б) некорректно поставленным	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
15	б) неубывающей функцией τ	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
16	а) являются самосопряжёнными и положительно определёнными	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
17	б) оператор $A - \lambda I$ инъективен, но его образ не плотен	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
18	а) $A = U A $	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
19	а) некорректных задач	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
20	а) поиске решения на компакте, минимизирующем невязку	1 балл: верный выбор; 0 баллов: неверно
21	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
22	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
23	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
24	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок
25	А-1, Б-2, В-3, Г-4	2 балла: все верно; 1 балл: 1 ошибка; 0 баллов: ≥ 2 ошибок

Шкала оценивания

Сумма баллов	Оценка	Уровень освоения компетенций
36–40	Отлично (5)	Продвинутый
28–35	Хорошо (4)	Базовый
20–27	Удовлетворительно (3)	Пороговый
0–19	Неудовлетворительно (2)	Компетенции не сформированы



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 12 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Вопросы для собеседования:

1. Дать определение спектра. Типы спектров.
2. Привести пример изометричного оператора.
3. Дать понятие метода невязки.
4. Дать понятие метода регуляризации. Перечислить способы выбора параметра регуляризации.
5. Численные методы реализации оптимальных по порядку методов.

Примерные темы доклада:

1. Метод Лаврентьева приближенного решения линейного операторного уравнения первого рода с выбором параметра регуляризации по схеме В.Н. Страхова.
2. Метод Лаврентьева приближенного решения линейного операторного уравнения первого рода с выбором параметра регуляризации по схеме М.М. Лаврентьева.
3. Приложение к решению обратной задачи Коши для уравнения теплопроводности.
4. Линейный метод регуляризации А.Н. Тихонова.
5. Принцип невязки.
6. Исследование решения вариационной задачи, выбранного из принципа невязки.
7. Приложениями теории обратных и некорректных задач к решению задач динамики.
8. Приложениями теории обратных и некорректных задач к решению задач баллистики.
9. Приложениями теории обратных и некорректных задач к решению задач управления полетом космических аппаратов.

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

3.3 Порядок проведения промежуточной аттестации и содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в форме зачёта в два этапа.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 13 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

На первом этапе студент решает письменно задачу из выбранного случайным образом билета. Время выполнения – 40 минут. Студент может использовать справочные материалы.

На втором этапе студент отвечает устно на вопрос из билета. Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к зачёту и типовыми задачами.

3.3.1. База вопросов к зачёту

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильны й ответ*	Код контролируемой компетенции
1	Определение класса корректности. Необходимые и достаточные условия для класса корректности.	[Л 2.1], с. 41-43	ПК-3
2	Понятие модуля непрерывности. Свойства модуля непрерывности.	[Л 2.1], с. 44-46	ПК-3
3	Изометричный оператор. Унитарный оператор. Теорема о полярном разложении.	[Л 1.1], с.27	ПК-3
4	Понятие модуля непрерывности по М.М. Лаврентьеву.	[Л 1.1], с.30	ПК-3
5	Метод Лаврентьева приближенного решения линейного операторного уравнения первого рода с выбором параметра регуляризации по схеме В.Н. Страхова: Постановка задачи. Свойство регуляризующего оператора. Леммы об оптимальном методе.	[Л 1.1], с.31-44 [Л 1.4], с.53-54	ПК-3
6	Метод Лаврентьева приближенного решения линейного операторного уравнения первого рода с выбором параметра регуляризации по схеме М.М. Лаврентьева: Постановка задачи. Лемма о параметре регуляризации. Лемма о регуляризующем семействе операторов. Теорема об оптимальности по порядку метода.	[Л 2.1], с.49-52	ПК-3
7	Приложение к решению обратной задачи Коши для уравнения теплопроводности.	[Л 1.1], с.49-52	ПК-3
8	Линейный метод регуляризации А.Н. Тихонова: Постановка задачи. Вариационная задача, к которой сводится задача приближенного решения операторного уравнения. Леммы о существовании и единственности решения. Лемма об эквивалентной задаче.	[Л 2.1], с.52-56	ПК-3



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 14 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

9	Теорема об оценке решения. Теорема об оптимальности по порядку метода А.Н. Тихонова.	[Л 2.1], с.58-60	ПК-3
10	Принцип невязки. Исследование решения вариационной задачи, выбранного из принципа невязки.	[Л 1.1], с.59-64	ПК-3
11	Оценка погрешности метода регуляризации А.Н. Тихонова с параметром, выбранным из принципа невязки: Теорема о единственности параметра регуляризации. Теорема об оценке метода.	[Л 1.1], с.100-104	ПК-3
12	Постановка задачи вычисления значений неограниченного оператора.	[Л 1.1], с.60-65	ПК-3
13	Метод проекционной регуляризации.	[Л 1.1], с.111-113	ПК-3
14	Исследование решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами: Постановка задачи. Исследование гладкости функции. Исследование скорости убывания функции, и ее первой и второй производных.	[Л 2.1], с.233-239	ПК-3
15	Критерий сходимости решения для метода конечномерной аппроксимации.	[Л 2.1], с.240-247	ПК-3
16	Приложения к решению интегральных уравнений.	[Л 2.1], с.122-146	ПК-3

* Правильный ответ приведен на указанной странице в указанном источнике из списка литературы в РПД.

3.3.2. Типовые задачи к зачёту

№ п/п	Формулировка задачи	Решение/ответ	Код контролируемой компетенции
1	Доказать некорректность в пространстве $C[0,1]$ следующей ретроспективной обратной задачи для уравнения теплопроводности: $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad x \in [0,1], \quad t \in [0, T]$ $U'_x(0, t) = U(1, t) = 0, \quad U(x, 0) = g(x),$ $U(x, T) = f(x), \quad \text{где функция } f(x) \text{ задана, а } g(x) \text{ требуется найти.}$	Проверить выполнение условий корректности Адамара	ПК-3
2	Доказать некорректность в пространстве $L_2[0,1]$ следующей ретроспективной обратной задачи для уравнения	Проверить выполнение условий	ПК-3



	<p>теплопроводности: $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad x \in [0, 1], \quad t \in [0, T]$$U_x'(0, t) = U_x'(1, t) = 0, \quad U(x, 0) = g(x),$$U(x, T) = f(x), \quad \text{где функция } f(x) \text{ задана, а } g(x) \text{ требуется найти.}$</p>	корректности Адамара	
3	<p>Процесс радиоактивного распада описывается решением задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $\frac{du}{dt} = -q_1 u(t), \quad t \geq 0, \quad u(0) = q_0$. Если коэффициенты q_0 и q_1 неизвестны, но можно измерить количество радиоактивного вещества $u(t)$ для некоторого t, то получаем обратную задачу определения q_0 и q_1 по дополнительной информации о решении прямой задач: $u(t_k) = f_k, k = 1..N$. Исследовать обратную задачу на корректность в зависимости от количества точек N.</p>	Решить данное уравнение и проверить условия корректности для полученного решения при различных значениях N .	ПК-3
4	<p>Найти нормальное псевдорешение системы линейных уравнений $2q_1 + 3q_2 + q_3 = 2$$q_1 - 5q_2 + 2q_3 = 3$$4q_1 + 6q_2 + 2q_3 = 0$</p>	Решить систему, пользуясь определением псевдорешения	ПК-3
5	<p>Найти нормальное псевдорешение системы линейных уравнений $5q_1 + q_2 + q_3 = 8$$q_1 - 5q_2 - 2q_3 = 4$$4q_1 + 2q_2 + 2q_3 = -1$</p>	Решить систему, пользуясь определением псевдорешения	ПК-3
6	<p>Пусть A – неотрицательно определённая вырожденная матрица с $\ A\ = 1$. Показать, что число обусловленности $\mu(A) = \infty$, в то время как $\mu(A + \alpha E) \leq \frac{1 + \alpha}{\alpha}$, где E – единичная матрица, α – параметр регуляризации в схеме М.М. Лаврентьева.</p>	Использовать определение числа обусловленности и матрицы, нормы матрицы, невырожденной матрицы.	ПК-3



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 16 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

7	Доказать неустойчивость задачи нахождения суммы ряда Фурье к малым в метрике l_2 изменениям коэффициентов Фурье, если уклонение суммы оценивать в метрике пространства $C[a,b]$.	Оценить уклонение суммы ряда Фурье в метрике $C[a,b]$, проверить условие устойчивости.	ПК-3
8	Доказать некорректность в пространстве $C[a,b]$ задачи решения уравнения Фредгольма 1 рода: $\int_a^b K(x,s)q(s)ds=f(x), x \in [c,d]$	Проверить выполнение условий корректности Адамара	ПК-3
9	Доказать некорректность в пространстве C следующей задачи Коши для уравнения Лапласа: $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0, \quad x > 0, \quad y \in \mathbb{R},$ $U_x'(0, y) = 0, \quad y \in \mathbb{R},$ $U(0, y) = f(y), \quad y \in \mathbb{R}.$	Проверить выполнение условий корректности Адамара	ПК-3
10	Доказать некорректность в пространстве $C[0,1]$ задачи решения уравнения Вольтерра $\int_0^x K(x,s)q(s)ds=f(x), x \in [0,1]$ 1 рода: $K(x,x)=1,$ $f(x) \in C_0[0,1] = \{f \in C[0,1]: f(0)=0\}.$	Проверить выполнение условий корректности Адамара	ПК-3

4. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	
		Зачтено	Не зачтено
ПК-3	Знать основные понятия, результаты и методы теории некорректных задач, область их применения; актуальные проблемы теории	Знает основные понятия, результаты и методы теории некорректных задач, область их применения; актуальные проблемы теории некорректных	Не знает основные понятия, результаты и методы теории некорректных задач, область их применения; актуальные проблемы теории некорректных задач и



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 17 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

некорректных задач и классические методы их решения; применение теории некорректных задач для решения задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.	задач и классические методы их решения; применение теории некорректных задач для решения задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.	классические методы их решения; применение теории некорректных задач для решения задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.
<i>Уметь</i> формализовать прикладную задачу динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов в рамках теории некорректных задач; использовать полученные теоретические знания в самостоятельных исследованиях; делать оценки погрешности метода.	Умеет формализовать прикладную задачу динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов в рамках теории некорректных задач; использовать полученные теоретические знания в самостоятельных исследованиях; делать оценки погрешности метода.	Не умеет формализовать прикладную задачу динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов в рамках теории некорректных задач; использовать полученные теоретические знания в самостоятельных исследованиях; делать оценки погрешности метода.
<i>Владеть</i> навыками математического моделирования для решения некорректных задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.	Владеет навыками математического моделирования для решения некорректных задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.	Не владеет навыками математического моделирования для решения некорректных задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.

4.2. Критерии оценивания зачёта

Письменный и письменно-устный ответ магистранта по вопросам дисциплины оценивается положительно с выставлением оценки «**зачтено**» в следующих случаях:

- магистрант глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, решает соответствующие задачи, теоретические выводы подтверждает примерами, фактами, данными научных исследований; осуществляет межпредметные связи, предложения. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения и профессионально-личностную позицию по излагаемому вопросу. Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения, доказательно раскрыты основные положения (свободно оперирует понятиями, терминами, персоналиями и др.); в ответе прослеживается четкая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен литературным грамотным языком и носит самостоятельный характер.
- ответ магистранта соответствует указанным выше критериям, но



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 18 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; были допущены неточности в определении понятий, персоналий, терминов, дат и др, допущенные ошибки исправляются магистрантом после дополнительных вопросов преподавателя.

– магистрант обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, не привлекает для аргументации ответа основные положения концептуальных и нормативных документов, не умеет обосновать свои суждения; наблюдается нарушение логики изложения; в ответе не присутствуют доказательные выводы; сформированность умений показана слабо. Ответ отличается низким уровнем самостоятельности, не содержит собственной профессионально-личностной позиции.

Оценка «не зачтено» за письменный и письменно-устный ответ магистранта по вопросам дисциплины выставляется в случаях, когда:

– магистрант имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их смысл; не ориентируется в нормативно-концептуальных, программно-методических, исследовательских материалах, беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	Зачтено
Базовый	Зачтено
Пороговый	Зачтено
компетенции не сформированы	Не зачтено

Уровни формирования компетенций:



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математическое моделирование обратных и некорректно поставленных задач»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 19 из 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. Пороговый уровень:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание базовых терминов, основных понятий и методов теории обратных и некорректно поставленных задач;

- студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины, использовать базовые термины; знает основные методы регуляризации, исследует поставленную обратную задачу на корректность.

2. Базовый уровень:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется понимание результатов и методов теории некорректных задач, область их применения; актуальные проблемы теории некорректных задач и классические методы их решения; применение теории некорректных задач для решения обратных задач математической физики;

- студент способен исследовать обратные задачи на корректность и применять для их решения методы регуляризации.

3. Продвинутый уровень:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируется знание системы терминов, межпредметные связи; глубокое понимание теории некорректных задач, область их применения; актуальные проблемы теории некорректных задач и классические методы их решения; применение теории некорректных задач для решения задач динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов;

- студент способен использовать систему научных понятий динамики движения ракет, самостоятельно решать обратные задачи математической физики в области динамики, баллистики и управления полетом космических аппаратов.