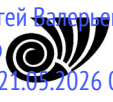


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 21.05.2026 01:04:45
Уникальный программный ключ:
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e8776163



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Интегральные уравнения» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического моделирования в ракетно-космической технике»			
Версия документа - 1	стр. 1 из 2	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации**

по дисциплине

Интегральные уравнения

Направление подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
*Методы математического моделирования
в ракетно-космической технике*

Присваиваемая квалификация
магистр

Форма обучения
очная

Миасс 2026 г.

01.04.02 Прикладная математика и информатика, Методы математического моделирования в ракетно-космической технике, Интегральные уравнения, 2026, очная

Фонд оценочных средств одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 27.02.26 А.А. Саламатов

Ученым советом Миасского филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 8 от 24.02.2026

Председатель Ученого совета
Миасского филиала ФГБОУ ВО
"ЧелГУ"

согласовано

Т.В. Малькова

Заседанием кафедры прикладной математики

Протокол заседания № 6 от 30.01.2026

Заведующий кафедрой

согласовано

Е.В. Дутикова

Автор (составитель)

Е.В. Дутикова

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 3 из 11

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: Методы математического моделирования в ракетно-космической технике

Дисциплина: Интегральные уравнения

Семестр изучения: 1

Форма промежуточной аттестации: экзамен

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции и согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1. Имеет представление об основных подходах к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики ОПК-1.2. Демонстрирует умение применять математический аппарат для решения задач ОПК-1.3. Имеет	<i>Знать</i> основные понятия функционального анализа: функциональные пространства, свойства операторов и применение теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач. <i>Уметь</i> решать задачи на применение метрики, нормы и скалярного произведения, на установление сходимости последовательностей в метрических, нормированных и гильбертовых пространствах; исследовать свойства операторов <i>Владеть</i> навыками решения



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 4 из 11

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

		навыки выбора подходящих методов решения задач фундаментальной и прикладной математики	интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.
--	--	--	--

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	Метрические пространства	ОПК-1 <i>знать</i> основные функциональные и метрические пространства; понятие сжимающего оператора и принцип сжимающих отображений; <i>уметь</i> решать задачи на вычисление расстояния в метрических пространствах; исследовать отображение на сжимаемость и применять принцип сжимающих отображений для решения уравнений; <i>владеть</i> навыками исследования последовательностей на сходимость в метрических пространствах; навыками использования математических экспертных систем для приближенного решения интегральных уравнений с помощью принципа сжимающих отображений.	Контрольная работа, тест	Вопросы к экзамену
2	Нормированные пространства	ОПК-1 <i>знать</i> аксиомы нормы и способы определения нормы в различных функциональных пространствах; <i>уметь</i> вычислять нормы в различных функциональных пространствах и записывать неравенства Гёльдера и Коши-Буняковского; <i>владеть</i> навыками проверки выполнения аксиом нормы, проверки принадлежности функции шару в нормированном пространстве.	Контрольная работа, тест	Вопросы к экзамену
3	Гильбертовы пространства	ОПК-1 <i>знать</i> аксиомы скалярного произведения и способы определения скалярного произведения в различных функциональных пространствах; понятия ортогональности, ортонормированной системы и ортонормированного базиса в пространстве со скалярным произведением; <i>уметь</i> вычислять скалярное произведение и угол,	Контрольная работа, тест	Вопросы к экзамену



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
 по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
 моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1	стр. 5 из 11	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------------	------------------------	---------------

		проверять ортогональность элементов в различных пространствах со скалярным произведением; <i>владеть</i> навыками выполнения процесса ортогонализации.		
4	Линейные операторы	ОПК-1 <i>знать</i> определение и свойства линейного, непрерывного, обратного операторов, определение нормы линейного оператора, критерии обратимости; <i>уметь</i> исследовать операторы на линейность, непрерывность и обратимость; <i>владеть</i> навыками вычисления и оценки нормы линейного оператора.	Контрольная работа, тест	Вопросы экзамену к
5	Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра	ОПК-1 <i>знать</i> понятия собственных чисел и собственных функций оператора, симметричного оператора; <i>уметь</i> находить собственные числа и собственные функции операторов, исследовать операторы на симметричность; <i>владеть</i> навыками решения интегральных уравнений Фредгольма 2 рода; навыками решения интегральных уравнений Вольтерра.	Контрольная работа, тест	Вопросы экзамену к

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

3.2 Порядок проведения текущей аттестации и содержание оценочных средств

3.2.1 Задачи для контрольной работы

№ п/п	Формулировка задачи	Решение/ответ	Код контролируемой компетенции
1	Дана ортонормированная система $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$ в пространстве со скалярным произведением. Найти расстояние между элементами $x = 2(e_{41} + e_{16} - e_{34})$ и $y = 3(e_{56} - e_{65}) - e_{41}$.	$\rho(x, y) = 35$	ОПК-1
2	Доказать линейность и ограниченность оператора $Ax(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$, если $A : L_2[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, и найти	$\ A\ = 1$	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Миасский филиал
 Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
 по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
 моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1	стр. 6 из 11	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------------	------------------------	---------------

	его норму.		
3	Записать неравенство треугольника в пространстве $L_3[0,1]$ и убедиться, что оно выполняется для данных функций $x(t)=1-t$ и $y(t)=1+t$.		ОПК-1
4	Вычислить в пространстве l_2 скалярное произведение последовательностей $x = (\frac{1}{1}, \frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \dots)$ и $y = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6}, \dots)$.	$(x, y) = \frac{3}{4}$	ОПК-1
5	Существует ли обратный для оператора $Ax = (x_1, x_2^{1/3}, x_3^{1/5}, \dots)$, $x \in c$? Если A^{-1} существует, то найти его.	да	ОПК-1
6	Найти расстояние между функциями $x(t) = 9 - \frac{16}{t+2}$ и $y(t) = t^2 + 4t - 2$ в пространстве $C[-1,1]$.	$\rho(x, y) = 3$	ОПК-1
7	Сходится ли последовательность $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$ в пространстве $C[0,1]$?	да	ОПК-1
8	Определить, принадлежит ли функция $x(t) = e^t$ в пространстве $C[-1,1]$ шару $B(x_0, 2)$, где $x_0(t) = t$.	да	ОПК-1
9	Проверить, является ли дифференциальный оператор $Ax(t) = (\cos t)\ddot{x} - (\sin t)\dot{x} + e^t x$, где $A: L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$, симметричным на своей области определения, состоящей из дважды непрерывно дифференцируемых функций, удовлетворяющих условию $x(1) = 0$.	нет	ОПК-1
10	Найти собственные значения и собственные функции оператора $Ax = (3t+1)x(t)$, если $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1]$.	Собственных значений и собственных функций нет	ОПК-1

3.3 Порядок проведения промежуточной аттестации и содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена в два этапа.

На первом этапе студент решает две задачи и отвечает на два вопроса из выбранного случайным образом билета. Во время выполнения можно использовать справочные материалы. Время выполнения – 40 минут.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 7 из 11

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

На втором этапе студент отвечает устно на вопросы из билета.
Продолжительность – 10 минут.

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой вопросов к экзамену и типовыми задачами, билетами к экзамену.

3.3.1. База вопросов к экзамену

№ п/п	Формулировка вопроса	Варианты ответов/ правильный ответ*	Код контролируемой компетенции
<i>Раздел 1 Метрические пространства</i>			
1	Метрика. Определение и примеры метрических пространств.	[Л 1.1], с. 10-21	ОПК-1
2	Определение и свойства сходящейся последовательности в метрическом пространстве.	[Л 1.1], с. 23-28	ОПК-1
3	Определение фундаментальной последовательности в метрическом пространстве.	[Л 1.1], с.27	ОПК-1
4	Определение сжимающего и непрерывного отображения. Критерий непрерывности отображения.	[Л 1.1], с.30	ОПК-1
5	Принцип сжимающих отображений. Применение принципа сжимающих отображений.	[Л 1.1], с.31-44 [Л 1.4], с.53-54	ОПК-1
<i>Раздел 2 Гильбертовы пространства</i>			
6	Определения линейного пространства, подпространства.	[Л 1.1], с.46-49	ОПК-1
7	Определения линейно независимой системы элементов, линейной оболочки. Размерность линейного пространства.	[Л 1.1], с.49-52	ОПК-1
8	Определение и примеры линейных нормированных пространств (ЛНП). Банаховы пространства.	[Л 1.1], с.53-56	ОПК-1
9	Неравенства Гёльдера для сумм и для интегралов.	[Л 1.4], с.22-25	ОПК-1
10	Определение и примеры гильбертовых пространств.	[Л 1.1], с.59-64	ОПК-1
11	Непрерывность скалярного произведения. Критерий гильбертовости пространства (равенство параллелограмма).	[Л 1.4], с.151-152	ОПК-1
<i>Раздел 3 Линейные операторы</i>			
12	Определение линейного оператора. Операторы Фредгольма и Вольтерра.	[Л 1.1], с.100-104	ОПК-1



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1	стр. 8 из 11	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------------	------------------------	---------------

13	Непрерывные и ограниченные операторы, критерий непрерывности линейного оператора.	[Л 1.1], с.120-122	ОПК-1
14	Собственные числа и собственные функции линейных операторов.	[Л 1.1], с.111-113	ОПК-1
15	Интегральные уравнения Фредгольма 2 рода.		ОПК-1
16	Интегральные уравнения Вольтерра.		ОПК-1
33			ОПК-1

* Правильный ответ приведен на указанной странице в указанном источнике из списка литературы в РПД.

4. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Критерии оценивания компетенций в ходе промежуточной аттестации

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1	<i>Знать</i> Знать основные понятия функционального анализа: функциональные пространства, свойства операторов и применение теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач.	Свободно оперирует понятиями, терминами, точно формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями; знает области применения теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач, приводит примеры;	Уверенно оперирует понятиями, терминами, формулирует определения и теоремы, понимает взаимосвязь между понятиями; знает области применения теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач, приводит примеры;	Частично владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует некоторые определения и теоремы, не четко понимает взаимосвязь между понятиями; Знает некоторые области применения теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач;	Не владеет понятиями, терминами, ошибочно формулирует или не формулирует определения и теоремы, не понимает взаимосвязь между понятиями; не знает области применения теории линейных операторов и интегральных уравнений для решения практических задач;
	<i>Уметь</i> решать задачи на применение метрики, нормы и скалярного произведения, на установление сходимости последовательностей в метрических, нормированных и гильбертовых пространствах;	Применяет теорию для решения задач, может обосновать решение; решает задачи на применение свойств операторов;	Применяет теорию для решения задач, может обосновать решение; решает некоторые задачи на применение свойств операторов;	Затрудняется в применении теории для решения задач, задачи решает, но не может обосновать решение; решает с подсказкой некоторые задачи на применение	Не может применять теорию для решения задач, не может обосновать решение или решить задачу; не решает задачи на применение свойств операторов;



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 9 из 11

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

исследовать свойства операторов				свойств операторов;	
<i>Владеть</i> навыками решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.	Уверенно решает интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра	Решает с подсказкой интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра.	Решает с подсказкой интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра.	Решает некоторые интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра	Не решает интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра

4.2. Критерии оценивания экзамена

Письменный и письменно-устный ответ студента по вопросам дисциплины оценивается следующим образом:

"Отлично" – студент глубоко и полно владеет содержанием учебного материала; умеет связывать теорию с практикой, решает соответствующие задачи, теоретические выводы подтверждает примерами. Делает выводы логично, четко. Ясно и кратко излагает ответы на поставленные вопросы; умеет обосновывать свои суждения. Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения, утверждения теорем приведены с доказательствами, свободно оперирует понятиями, терминами; в ответе прослеживается чёткая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен литературным грамотным языком и носит самостоятельный характер; все решения задач выполнены верно.

"Хорошо" – ответ студента соответствует указанным выше критериям, но содержание ответа имеет отдельные неточности (несущественные ошибки) в изложении теоретического и практического материала, отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой; были допущены неточности в определении понятий, допущены незначительные ошибки в решении задач, допущенные ошибки исправляются студентом после дополнительных вопросов экзаменатора.

"Удовлетворительно" – студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности и существенные ошибки в определении понятий, формулировке положений, наблюдается нарушение логики изложения; в ответе не присутствуют доказательные выводы; сформированность умений показана слабо, допущены незначительные ошибки в решении задач.

"Неудовлетворительно" – студент имеет разрозненные, бессистемные знания: не умеет выделять главное и второстепенное; допускает ошибки в определении понятий, формулировке теоретических положений, искажает их



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 10 из 11

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет соединять теоретические положения с практикой; не умеет применять знания для обоснования и объяснения фактов, не устанавливает межпредметные связи.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровень освоения компетенций	Оценка
Продвинутый	отлично
Базовый	хорошо
Пороговый	удовлетворительно
компетенции не сформированы	неудовлетворительно

Уровни формирования компетенций:

1. Пороговый уровень:

1. предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание базовых терминов, основных понятий и теорем функционального анализа и интегральных уравнений;
2. студент способен давать ответы на теоретические вопросы дисциплины, использовать базовые термины; решать основные задачи функционального анализа в метрических пространствах, использовать основы теории операторов при решении интегральных уравнений.

2. Базовый уровень:

1. предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется понимание определений и теорем функционального анализа с доказательствами;
2. студент способен решать более сложные задачи функционального анализа и интегральных уравнений, умеет доказывать основные положения теории.

3. Продвинутый уровень:

1. предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируется знание системы терминов, межпредметные связи; понимание доказательств основных теорем функционального анализа и интегральных уравнений;
2. студент способен использовать систему научных понятий



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Миасский филиал
Кафедра прикладной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Методы математического
моделирования в ракетно-космической технике»

Версия документа - 1

стр. 11 из 11

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

функционального анализа и интегральных уравнений, решать задачи на доказательство утверждений функционального анализа, применять теоретические положения для решения практических задач вычислительной математики с использованием математических экспертных систем.