

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 06.06.2024 08:26:16  
Уникальный программный ключ:  
891934b8c2cf7b6350cbe51cdda3096e877fa1f3

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет»

Миасский филиал

(ФГБОУ ВО «ЧелГУ» Миасский филиал)



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

В.Е. Федоров

29 января 2021 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ**

**СОБЕСЕДОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

**для поступающих на обучение по образовательным программам  
высшего образования – программам магистратуры**

Челябинск 2021

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО – магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 13.

Программа вступительного испытания одобрена и рекомендована ученым советом Миасского филиала. Протокол заседания от 28 января 2021 г. протокол № 5.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1	Общие положения	3
2	Содержание разделов	3
3	Регламент проведения вступительного испытания	7
4	Критерии оценки выполнения экзаменационного задания	7
5	Список рекомендуемых источников для подготовки к вступительному испытанию	8

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В программу включены вопросы по дисциплинам: алгебра, геометрия, математический анализ, комплексный анализ, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, уравнения в частных производных, методы вычислений.

Программы этих дисциплин состоят из двух частей. Часть первая — теоретическая, все теоремы, включенные в эту часть, необходимо знать с доказательствами. Часть вторая — практическая, содержит основные понятия и навыки, которыми должен владеть поступающий.

Целью проведения вступительного испытания является определение уровня подготовки абитуриента по математике для отбора и принятия решения о возможности зачисления в ЧелГУ по направлению подготовки 01.04.02 Математика и информатика.

Вступительное испытание проводится на русском языке.

Вступительное испытание проводится очно или с использованием дистанционных технологий в случаях, предусмотренных Правилами приема.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ

### Раздел 1. АЛГЕБРА

#### Часть I

- 1)МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. Действия с матрицами. Определения определителя и его основные свойства. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Теорема об определителе произведения матриц. Критерий обратимости матрицы. Теорема Крамера.
- 2)АЛГЕБРА МНОГОЧЛЕНОВ. Наибольший общий делитель двух многочленов (алгоритм Евклида). Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Теорема о строении неприводимых многочленов над полями  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{R}$ .
- 3)ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ). Линейная зависимость и независимость систем векторов. Подпространства. Линейная оболочка системы векторов. Базис и размерность. Теорема о размерности суммы двух пространств. Теорема о ранге матрицы. Теорема о размерности пространства решений СЛАУ.
- 4)ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ. Ядро и образ линейного отображения; теорема о связи их размерностей. Теорема об изоморфности конечно мерных векторных пространств одинаковой размерности. Матрица линейного отображения конечномерных векторных пространств. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, теорема о связи собственных значений линейного преобразования с корнями его характеристического многочлена.
- 5)ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА. Теорема об ортогонализации. Ортонормированный базис. Теорема об ортогональном дополнении. Теорема о вещественности собственных значений самосопряженного оператора унитарного пространства и ортогональности его собственных векторов.
- 6)КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Критерий положительной определенности квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к главным осям (приведение к

диагональному виду с помощью ортогонального преобразования).

7) ОБЩАЯ АЛГЕБРА. Понятие группы, кольца, поля, подгруппы, подкольца, подполя. Разбиение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа.

## Часть II

1) Действия с матрицами. Вычисление определителя. Нахождение обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса решения линейных алгебраических систем.

2) Алгоритм деления с остатком в кольце многочленов с одной неизвестной. Алгоритм Евклида. Схема Горнера.

3) Методы вычисления ранга матрицы. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ. Общее решение СЛАУ.

4) Нахождение базиса суммы и пересечения подпространств, ядра и образа линейного отображения. Отыскание собственных значений и собственных векторов линейного преобразования.

5) Процесс ортогонализации системы векторов евклидова пространства. Вычисление ортогональной проекции.

6) Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Приведение вещественных квадратичных форм к главным осям.

## Раздел 2. ГЕОМЕТРИЯ

### Часть I

1) ВЕКТОРЫ. Сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарность и компланарность векторов. Координаты вектора в аффинной системе координат. Скалярное и векторное произведения. Свойства, геометрический смысл этих произведений и их выражение в координатах.

2) ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ. Теорема о параметрическом уравнении прямой в пространстве. Теорема об общем уравнении плоскости. Нормальный вектор и теорема о расстоянии от точки до плоскости.

3) КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА. Определение и вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы.

4) ТЕОРИЯ ГЛАДКИХ КРИВЫХ. Натуральная параметризация. Базис Френе, кривизна и кручение регулярной кривой с натуральной параметризацией.

5) ТЕОРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ. Параметризованные поверхности, касательное пространство и первая квадратичная форма. Вывод формулы для длины кривой и угла между кривыми на поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема о вычислении гауссовой и средней кривизны.

### Часть II

1) Деление отрезка в заданном отношении. Расстояние между двумя точками. Объем параллелепипеда. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений по координатам множителей.

2) Основные типы уравнений прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до плоскости и до прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

3) Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Канонические уравнения эллипсоида, гиперболоидов и параболоидов.

4) Вычисление элементов репера Френе, кривизны и кручения.

5)Вычисление коэффициентов первой и второй квадратичной формы. Вычисление кривых и углов между кривыми на поверхности. Вычисление гауссовой и средней кривизны. Определение типов точек поверхности.

### **Раздел 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

#### **Часть I**

1)ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛА. Предел последовательности и предел функции. Теорема о существовании точной верхней грани.

2)НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении функции. Теорема Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значении функции.

3)ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ Теоремы Ролля и Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

4)ИНТЕГРИРОВАНИЕ. Интеграл Римана. Теорема об интегрируемости непрерывной функции. Теорема о непрерывности и дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

5)ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ. Дифференцируемость функций многих переменных. Теорема о достаточных условиях дифференцируемости функции.

6)ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ. Равномерная и поточечная сходимости функциональных последовательностей и рядов. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов (как следствия).

#### **Часть II**

1)Свойства пределов функций. Замечательные пределы. Вычисление пределов функций с использованием правила Лопиталя, формулы Тейлора.

2)Таблица производных. Исследование функций с помощью производных. Экстремум, выпуклость. Таблица первообразных. Методы интегрирования: интегрирование по частям, замена переменных, формула Ньютона-Лейбница. Вычисление несобственных интегралов.

3)Вычисление частных производных и дифференциалов сложных функций и функций, заданных неявно.

4)Исследование сходимости числовых и функциональных рядов, равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов (признаки сравнения, Коши, Даламбера, Дирихле, Вейерштрасса). Разложение функций в степенные ряды. Исследование сумм функциональных рядов на непрерывность и дифференцируемость.

5)Вычисление кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Вычисление объемов тел и площадей поверхностей. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

### **Раздел 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

#### **Часть I**

1)Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

2)Метод вариации постоянной для нахождения решения неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка.

#### **Часть II**

1)Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

2) Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (неоднородное со специальной правой частью).

## **Раздел 5. КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ**

### Часть I

1) Ряды Лорана, внешний и внутренний радиус сходимости, примеры. Классификация изолированных особых точек, примеры.

2) Теорема о вычислении вычетов в полюсах высоких порядков.

### Часть II

1) Ряды Лорана. Вычеты. Применение вычетов к вычислению интегралов.

## **Раздел 6. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

### Часть I

1) Схема независимых испытаний. Формула Бернулли. Теорема Пуассона.

2) Случайная величина (определение). Функция распределения случайной величины и ее свойства.

3) Математическое ожидание случайной величины и его свойства.

### Часть II

1) Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность.

2) Условная вероятность, формулы полной вероятности и Байеса.

3) Основные распределения дискретных и абсолютно-непрерывных случайных величин.

4) Распределение функции от случайных величин.

5) Независимость случайных величин. Многомерная функция распределения.

6) Математическое ожидание и дисперсия основных случайных величин.

## **Раздел 7. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

### Часть I

1) Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.

2) Линейные ограниченные операторы в нормированных пространствах: норма оператора, непрерывность. Теорема об эквивалентности ограниченности и непрерывности линейного оператора.

### Часть II

1) Норма оператора.

## **Раздел 8. УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ**

### Часть I

1) Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера.

2) Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

### Часть II

1) Метод Фурье решения уравнений в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типов.

## **Раздел 9. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

### Часть I

1) Метод итераций решения систем линейных уравнений.

2) Интерполяционная формула Лагранжа.

3) Квадратурная формула прямоугольников. Ее порядок точности.

## **3. РЕГЛАМЕНТ ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

## Общие требования к выполнению заданий

Экзамен проводится по билетам, каждый из которых содержит два теоретических вопроса (часть I) и один практический (часть II).

Абитуриенту выдается бланк для ответа, экзаменационный билет вступительного испытания. В течении 60 минут абитуриент письменно отвечает на билет. Предметная комиссия проверяет ответ и проводит собеседование со студентом, задавая дополнительные вопросы как по программе, так и о предыдущих научных исследованиях, проводимых абитуриентом.

Во время испытания запрещено вставать, пересаживаться, разговаривать, обмениваться чем-либо, пользоваться справочными материалами, мобильными телефонами и иными средствами связи, фото- и видеоаппаратурой, калькуляторами, планшетами и персональными компьютерами.

Разрешено использовать ручки, карандаши, линейки. Рабочие бланки сдаются члену предметной комиссии по завершению испытания.

## 4. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

**80-100 баллов** – поступающий обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с поставленными задачами, показывает знания монографического материала, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ, обнаруживает умение самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок, уяснил взаимосвязь основных понятий дисциплины и их значение для приобретения профессии.

**60-79 баллов** – поступающий твердо знает учебно-программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применить теоретические положения и владеет необходимыми навыками при выполнении практических задач.

**40-59 баллов** – поступающий усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

**0-39 баллов** – поступающий не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большим затруднением выполняет практические работы.

## 5. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ИСПЫТАНИЮ

## Основная литература

- 1) Бахвалов, С. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учебное пособие для вузов / С. В. Бахвалов, П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. – Изд. 5-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. – 384 с.
- 2) Бахвалов, Н. С. Численные методы [Текст] : учебное пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 7-е изд. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. — 636 с.
- 3) Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. 11-е изд., перераб. — Москва : Юрайт, 2010.

## Дополнительная литература

- 1) Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : учебное пособие для высших технических учебных заведений / [Г. С. Бараненков [и др.] ; под ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2006. — 495 с.
  - 2) Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 240 с.
  - 3) Федорюк, М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебное пособие для вузов / М. В. Федорюк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Наука, 1985. — 447 с.
  - 4) Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2000. – 176 с.
  - 5) Хатсон, В. К. Л. Приложения функционального анализа и теории операторов [Текст] / В. К. Л. Хатсон, Дж. С. Пим ; пер. с англ. Н. И. Плужниковой, В. И. Авербуха ; под ред. А. А. Кириллова. — Москва : Мир, 1983. — 431 с.
- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» рекомендуемых для подготовки к вступительным испытаниям:**
- 1) Курс дифференциального и интегрального исчисления. <http://e.lanbook.com/book/71768>
  - 2) аналитической геометрии и линейной алгебры. <http://e.lanbook.com/book/493>
  - 3) Краткий курс математического анализа [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2660](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2660)
  - 4) Численные методы. <http://e.lanbook.com/book/54>
  - 5) Задачник по теории вероятностей и математической статистике. <http://e.lanbook.com/book/141>

### Программу подготовил(а):

Заведующий кафедрой прикладной математики \_\_\_\_\_ Е. В. Дутикова